

# Übungen zur Vorlesung Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

Sommersemester 2016

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels, Dipl.-Math. P. Schön, M.Sc. Marijo Milicevic

## Präsenzaufgaben

### Definition

Eine *Basis* eines Untervektorraums  $U$  ist eine minimale Menge  $\mathcal{A} \subset U$ , so dass  $U = \text{Span}(\mathcal{A})$  gilt. Die *Dimension* eines Untervektorraums ist die Kardinalität der Basis.

### Aufgabe 1

Entscheiden Sie, ob die folgenden Mengen Untervektorräume des  $\mathbb{R}^n$  sind. Geben Sie gegebenenfalls eine Basis und die Dimension des Untervektorraums an.

- (a)  $M_1 = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x_1 + \pi x_2 = 0\}$ ,
- (b)  $M_2 = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x_1 + \pi x_2 = 1\}$ ,
- (c)  $M_3 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$ ,
- (d)  $M_4 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 x_2 = 0\}$ ,
- (e)  $M_5 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = 0\} \cap \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_2 = 0\}$ ,

### Aufgabe 2

(a) Berechnen Sie die Dimension des Unterraums  $V = \text{Span}\{v_1, v_2, v_3\} \subset \mathbb{R}^3$ , mit

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(b) Ergänzen Sie  $\{v_1, v_2\}$  zu einer Basis des  $\mathbb{R}^3$ .

### Aufgabe 3

(a) Charakterisieren Sie alle 1-dimensionalen Unterräume des  $\mathbb{R}^3$ .

(b) Wann handelt es sich bei einer Ebene um einen Unterraum des  $\mathbb{R}^3$ ? Sind durch

$$U = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot n = 0\}$$

für  $n \neq 0$  beliebig schon alle solchen Unterräume beschrieben? Welche geometrische Interpretation besitzt  $n$ ?

(c) Finden Sie zu  $n = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$  Vektoren  $v$  und  $w$ , so dass mit  $U$  wie oben gilt

$$U = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x = \mu v + \nu w, \mu, \nu \in \mathbb{R}\}.$$

---

Die obigen Aufgaben sind Präsenzaufgaben und werden in der ersten Übungsgruppe bearbeitet und besprochen. Das Aufgabenblatt bedarf keiner Abgabe.