# Übungen zur Vorlesung Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

Sommersemester 2016

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels, Dipl.-Math. P. Schön, M.Sc. Marijo Milicevic

## Aufgabenblatt 4

**Aufgabe 1** (3 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme mit dem Gaußschem Algorithmus. Bestimmen Sie insbesondere den Rang und den Kern der Systemmatrizen.

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 &= 6 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 &= 14 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= -3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ 6x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 &= 4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_4 &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ -x_1 - x_2 + x_4 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1 \end{aligned}$$

**Aufgabe 2** (3 Punkte)

An 30 Personen sollen Preise im Wert von 30 Euro, 24 Euro bzw. 18 Euro vergeben werden. Insgesamt sollen 600 Euro verwendet werden. Welche Möglichkeiten zum Kauf der 30 Preise gibt es, wenn jede Wertstufe mindestens einmal vertreten sein soll?

**Aufgabe 3** (3 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass durch $\mathcal{A} = \{v_1, v_2, v_3\}$ und $\mathcal{B} = \{w_1, w_2, w_3\}$, mit

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},\ v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ w_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Basen des $\mathbb{R}^3$ gegeben sind. Geben Sie die Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^3$ an, für die gilt

$$Ae_i = v_i, \quad \text{und} \quad Be_i = w_i \quad i \in \{1, 2, 3\}.$$

Dabei ist sind $e_i$ die Vektoren der Standardbasis des $\mathbb{R}^3$.

(b) Berechnen Sie die *Basiswechselmatrizen* $M_1, M_2$, für die $M_1 v_i = w_i$ und $M_2 w_i = v_i$ gilt und zeigen Sie, dass $M_1^{-1} = M_2$ erfüllt ist.

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

Seien $A \in \mathbb{R}^{\ell \times m}$ und $B \in \mathbb{R}^{m \times k}$. Zeigen Sie, dass $C = (AB)^T$ gegeben ist durch $C = B^T A^T$, das heißt es gilt

$$(AB)^T = B^T A^T.$$

---

**Abgabe: Montag 16.5.2016** vor der Vorlesung.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen, den Namen des Tutors und die Nummer der Übungsgruppe auf die Lösung.