Übungen zur Vorlesung Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens

Sommersemester 2016

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels, Dipl.-Math. P. Schön, M.Sc. Marijo Milicevic

Aufgabenblatt 7

Aufgabe 1 (3 Punkte)

(a) Sei $C = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 15 & -9 & 6 \\ 10 & -6 & 4 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie C^2 und folgern Sie, dass $\det(C) = 0$ gelten muss.

(b) Seien $A, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m > n$. Zeigen Sie, dass $\det(A \cdot B^T) = 0$ gilt.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Betrachte den Vektorraum $V = \{f : [-1,1] \to \mathbb{R} \mid f \text{ stetig}\}$ versehen mit dem Skalarprodukt

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,dx.$$

Es sei $P_3 \subset V$ der Unterraum aller Polynome vom Grad $k \leq 3$.

(a) Konstruieren Sie mit dem Verfahren von Gram-Schmidt eine Orthonormalbasis von P_3 ausgehend von der Monombasis $\mathcal{A} = \{1, x, x^2, x^3\}$.

(b) Berechnen Sie für das Skalarprodukt die darstellenden Matrizen G aus Aufgabe 1 von Aufgabenblatt 6 bezüglich der Monombasis $\mathcal{A}$ und der Orthonormalbasis aus Aufgabenteil (a).

Aufgabe 3 (3 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(b) Zeigen Sie, dass für die Matrix $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ keine Basis des $\mathbb{R}^2$ bestehend aus Eigenvektoren existiert.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Es sei V ein n-dimensionaler reeller Vektorraum und $\mathcal{A}$ eine Basis von V. Zeigen Sie, dass die Koordinatenabbildung $\Phi_{\mathcal{A}} : V \to \mathbb{R}^n$, $x \mapsto x_{\mathcal{A}}$, wohldefiniert, linear und bijektiv ist und geben Sie die Umkehrabbildung an.

Abgabe: Montag 13.06.2016 vor der Vorlesung.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen, den Namen des Tutors und die Nummer der Übungsgruppe auf die Lösung.