

Praktikum zur Vorlesung Numerik (Teil 2)

Sommersemester 2018

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

Dipl.-Math. A. Papathanassopoulos

Übungsblatt 3

Projekt 5. Der MATLAB-Befehl `plot(X,Y,'r-*)` stellt einen durch die Vektoren X und Y definierten Polygonzug grafisch dar. Ist $X = [x_0, x_1, \dots, x_n]^\top$ und $Y = [f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)]^\top$, so wird eine stetige, stückweise lineare Interpolation der Funktion f dargestellt. Die Darstellung des Graphen kann mit dem optionalen Argument `r-*` in Farbe, Liniendarstellung und Markierung verändert werden. Weitere nützliche Befehle sind:

`hold on`, `hold off`, `clf`, `axis`, `xlabel`, `ylabel`, `legend`

(i) Illustrieren Sie grafisch die stückweise lineare Approximation der Funktion $f(x) = x^{1/2}$ auf dem Intervall $[0, 1]$ mit den Gitterpunkten

$$(a) \quad x_i = i/n, \quad (b) \quad x_i = (i/n)^4$$

für $i = 0, 1, \dots, n$ und $n = 2, 4, 8, 16$, indem Sie diese mit der Darstellung von f auf einem sehr feinen Gitter vergleichen.

(ii) Sie haben auf Übungsblatt 3 der Vorlesung gezeigt, dass für Gitterpunkte der Form (b) und die interpolierende Spline-Funktion $f_n \in \mathcal{S}^{1,0}(\mathcal{T}_n)$ die Abschätzung

$$\max_{x \in [0,1]} |f_n(x) - f(x)| \leq cn^{-2}$$

gilt.

Bestimmen Sie die Konstante c experimentell, indem Sie für verschiedene n zunächst den Fehler $|f_n - f|$ auf einem sehr feinen Gitter bestimmen, und daraus eine Approximation von $\max_{x \in [0,1]} |f_n(x) - f(x)|$ berechnen. Was beobachten Sie?

Hinweis: Schreiben Sie zunächst eine Unterfunktion, die Ihnen für eine gegebene Stelle $x \in [0, 1]$ und eine Schrittzahl $n \in \mathbb{N}$ den Wert von $f_n(x)$ ausgibt.

Projekt 6. Schreiben Sie eine Routine zur Berechnung eines interpolierenden kubischen Splines mit natürlichen Randbedingungen. Testen Sie die Routine mit den Partitionierungen aus Projekt 5 für die Funktion $f(x) = \sin(2\pi x)$.

Erzeugen Sie jeweils aussagekräftige Grafiken und kommentieren Sie die Ergebnisse.

Abgabe: Bis Freitag, den 8. Juni 2018 an die Tutoren.

Homepage: <https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss18/num/>