



Numerik für Differentialgleichungen

Blatt 4 – 24.6.2020

Benötigte Kapitel in 'Numerik 3x9': 23.

Abgabe: 6.7.2020

Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss20/ndgln>

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Konsistenzordnung des *leap-frog*-Verfahrens einerseits direkt mit einer Fehlerabschätzung für die Approximation der Zeitableitung mittels

$$y'(t_k) \approx \frac{y(t_{k+1}) - y(t_{k-1}))}{2\tau}$$

und andererseits durch Überprüfen des allgemeinen Konsistenzkriteriums für lineare Mehrschrittverfahren.

Aufgabe 2. Konstruieren Sie ein Mehrschrittverfahren, indem Sie das Integral in der Darstellung

$$y(t_{k+2}) = y(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+2}} f(s, y(s)) \, ds$$

mit der Simpson-Regel approximieren und bestimmen Sie die Konsistenzordnung des so erhaltenen Verfahrens.

Aufgabe 3. Zeigen Sie durch Konstruktion geeigneter Anfangswertprobleme, dass das hinreichende Konsistenzkriterium für lineare Mehrschrittverfahren

$$\sum_{\ell=0}^m \alpha_\ell = 0, \quad \sum_{\ell=0}^m (\alpha_\ell \ell^q - \beta_\ell q \ell^{q-1}) = 0, \quad q = 1, 2, \dots, p,$$

notwendig ist.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass das Adams-Moulton-Verfahren unter der Bedingung

$$\tau \|\beta\|_1 L < 1$$

wohldefiniert ist, wobei L die uniforme Lipschitz-Konstante der zur Differentialgleichung gehörenden Funktion f sei.