Abteilung für
Angewandte Mathematik

SoSe 2020
Prof. Dr. Sören Bartels, Jakob Keck

Praktische Übungen zur Vorlesung: Numerik für Differentialgleichungen

Blatt 2 – 3.6.2020

Abgabe: 15.6.2020

Homepage zur Vorlesung:

`https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss20/ndgln`

Projekt 1. Das MATLAB-Programm `federpendel.m`, das Sie von der Vorlesungshomepage herunterladen können, realisiert das durch die Inkrementfunktion $\Phi(t_k, y_k, \tau) = f(t_k + \tau/2, y_k + \tau f(t_k, y_k)/2)$ definierte explizite Euler–Collatz-Verfahren für die Federpendelgleichung

$$y'' + ry' + D(y - \ell) = 0$$

mit den Anfangsdaten $y(0) = y_0$ und $y'(0) = v_0$.

(i) Untersuchen Sie experimentell die Abhängigkeit der Approximationslösungen von den Parametern r und D.

(ii) Verwenden Sie die exakte Lösung $y(t) = (v_0/\omega)e^{-rt/2}\sin(\omega t)$ mit $\omega = (D - r^2/4)^{1/2}$ des Anfangswertproblems für den Spezialfall $r = 1/10$, $D = 1$, $y_0 = \ell = 0$, $v_0 = 1$ und bestimmen Sie den Approximationsfehler $|y_K - y(t_K)|$ für die Schrittweiten $\tau = 2^{-s}$, $s = 1, 2, \dots, 7$, zum Zeitpunkt $t_K = 100$.

(iii) Modifizieren Sie das Programm, um das explizite und implizite Euler-Verfahren zu realisieren. Vergleichen Sie das qualitative Verhalten der verschiedenen Approximationslösungen für den Zeithorizont $T = 100$. Was fällt Ihnen für große Schrittweiten auf

Hinweis: Beim Implementieren des impliziten Euler-Verfahrens reicht es nicht, die Inkrementfunktion im Programm zu ändern. Lösen Sie stattdessen das spezifische Gleichungssystem, das durch Anwenden des Verfahrens auf die Federpendelgleichung entsteht.

Projekt 2. Das MATLAB-Programm `raeuber_beute.m`, das Sie von der Vorlesungshomepage herunterladen können, berechnet eine Approximationslösung des Räuber-Beute-Modells.

(i) Welches numerische Verfahren wird hier realisiert?

(ii) Testen Sie verschiedene Schrittweiten und beobachten Sie das qualitative Verhalten der Approximationslösungen. Für welche Schrittweiten ergeben sich sinnvolle Resultate?

(iii) Modifizieren Sie das Programm, sodass y_1 durch das explizite und y_2 durch das implizite Euler-Verfahren approximiert wird. Wie ändert sich das qualitative Verhalten der numerischen Lösungen?