Praktische Übungen zur Vorlesung: Numerik für Differentialgleichungen

Blatt 4 – 8.6.2021

Abgabe: 21.6.2021

Homepage zur Vorlesung:

`https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss21/ndgln`

Projekt 1. (i) Modifizieren Sie das Programm von Blatt 3, Projekt 2 um zwei MATLAB-Routinen zur numerischen Approximation gewöhnlicher Differenzialgleichungen mit allgemeinen impliziten Runge–Kutta-Verfahren zu implementieren.
Verwenden Sie dazu einerseits eine Fixpunktiteration und andererseits das Newton-Verfahren. Als Abbruchkriterium dient jeweils die Ungleichung $|\eta_{n+1} - \eta_n| < e_{max}$ für eine sinnvolle Schranke $e_{max} > 0$.
(ii) Untersuchen Sie die jeweiligen Iterationszahlen in den Zeitschritten für das Radau-3-Verfahren am Beispiel $y' = y\cos(t)$, $y(0) = 1$, im Intervall $[0, T]$ mit $T = 10$, dessen exakte Lösung durch $y(t) = \exp(\sin(t))$ gegeben ist.

Projekt 2. Wir betrachten das Anfangswertproblem $y' = f(t, y)$ für $t \in (0, T]$, $y(0) = y_0$, mit $f(t, y) = (1 + y^2)^{1/2}$, $y_0 = 0$ und $T = 4$. Die exakte Lösung ist gegeben durch $y(t) = \sinh(t)$.
(i) Implementieren Sie das Adams–Bashforth-Verfahren mit m Schritten für $m = 1, \dots, 4$. Verwenden Sie als Startwerte für $y_0, \dots, y_{m-1}$ die Funktionswerte der exakten Lösung.
(ii) Implementieren Sie das Adams–Bashforth–Moulton-Verfahren für $m = 1, \dots, 4$.
(iii) Stellen Sie die Fehler $|y(T) - y_K|$ zum finalen Zeitpunkt $t_K = T$ der beiden Verfahren aus (i) und (ii) für $m = 1, \dots, 4$ und Schrittweiten $\tau = 2^{-s}$, $s = 1, 2, \dots, 6$, in zwei Tabellen dar. Fassen Sie Ihre Beobachtungen kurz zusammen.