Abteilung für
Angewandte Mathematik

SoSe 2021
Prof. Dr. Sören Bartels, Jakob Keck

Praktische Übungen zur Vorlesung: Numerik für Differentialgleichungen

Blatt 6 – 6.7.2021

Abgabe: 19.7.2021

Homepage zur Vorlesung:

https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss21/ndgln

Projekt 1. Implementieren Sie das explizite lineare Mehrschrittverfahren

$$y_{k+3} + \gamma(y_{k+2} - y_{k+1}) - y_k = \tau \frac{3+\gamma}{2} \left(f(t_{k+2}, y_{k+2}) + f(t_{k+1}, y_{k+1}) \right).$$

mit $\tau = 0.05$ für das Anfangswertproblem

$$y' = -y, \qquad y(0) = 1$$

bis zum Zeitpunkt $T = 1$. Verwenden Sie dabei für $y_0, ..., y_2$ die Werte der exakten Lösung.
Testen Sie Ihr Programm, indem Sie für alle Werte $\gamma \in \{-4, -3.1, -2.9, -1, 0.9, 1.1, 2, 9\}$ jeweils die Berechnete Lösung und die exakte Lösung in einem Plot grafisch darstellen. Für welche Werte von γ liefert das Verfahren sinnvolle Approximationen der exakten Lösung? Wie erklären Sie sich die Unterschiede?

Projekt 2. Wir betrachten das Anfangswertproblem $y' = -\alpha(y - \cos(t))$, $y(0) = 0$ im Intervall $[0, T]$ mit $T = 1$ und $\alpha = 50$.
(i) Überprüfen Sie, dass die Lösung des Problems gegeben ist durch

$$y(t) = \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \left(\sin(t) + \alpha \cos(t) - \alpha e^{-\alpha t} \right).$$

(ii) Lösen Sie das Problem approximativ mit dem expliziten und impliziten Euler-Verfahren, dem Trapez-Verfahren sowie dem klassischen Runge–Kutta-Verfahren mit den Schrittweiten $\tau = 2^{-\ell}/10$, $\ell = 0, 1, 2, 3$. Stellen Sie die Fehler zum Zeitpunkt T vergleichend in einer Tabelle dar.
(iii) Stellen Sie die Approximationen für einige Schrittweiten und die exakte Lösung vergleichend in einer Grafik dar.