



## Numerik 2

Blatt 6 – 11.7.2022

Benötigte Kapitel in 'Numerik 3x9': 1 bis 16.

Abgabe: 22.7.2022, 10:00 Uhr

### Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss22/num>

**Aufgabe 1** (4 Punkte). Sei  $[a, b] = [1, 2]$  und

$$T(x) = \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \text{ für } x \in [a, b].$$

Die einzige Nullstelle von  $T$  in  $[a, b]$  ist  $x_* = \pi/2$ .

- (i) Berechnen Sie die Näherung  $c_5 = (a_5 + b_5)/2$  an  $x_*$  aus dem Bisektionsverfahren.
- (ii) Berechnen Sie die Näherung  $x_3$  an  $x_*$  aus dem Newtonverfahren mit  $x_0 = 1$ .
- (iii) Vergleichen Sie die absoluten Fehler  $|c_5 - x_*|$  und  $|x_3 - x_*|$ .

**Aufgabe 2** (4 Punkte). Bestimmen Sie mit dem CG-Verfahren die Lösung von  $Ax = b$

$$\text{mit } A = \begin{bmatrix} 100 & -8 & 0 \\ -8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und dem Startwert } x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

**Aufgabe 3** (Quiz, 4 Punkte). Entscheiden Sie für jede der folgenden Aussagen, ob diese wahr oder falsch ist. Sie sollten Ihre Antworten begründen können.

Nr.	Aussage	Beurteilung
1	Für $b = 10$ , $p = 4$ , $e_{\min} = -3$ , $e_{\max} = 3$ ist $-13 \cdot 10^{-2}$ eine normalisierte Gleitkommazahl.	
2	Sind $q \in \mathcal{P}_m$ und $x_0, \dots, x_n$ eine Partitionierung $\mathcal{T}_n$ von $[a, b]$ , so gilt $q _{[a,b]} \in \mathcal{S}^{m,m-1}(\mathcal{T}_n)$ .	
3	Jede Spline-Funktion ist einmal stetig differenzierbar.	
4	Tschebyscheff-Knoten sind die Extremalstellen der Tschebyscheff-Polynome.	
5	Jede Newton-Cotes Formel mit $n + 1 = 2q$ Stützstellen ist exakt vom Grad $n + 2$ .	
6	Mit der Fourier-Basiswechselmatrix $T_n$ definiert die Matrix $S_n = (1/n)T_n$ eine Isometrie auf $\mathbb{C}^n$ , das heißt es gilt $\ S_n y\ _2 = \ y\ _2$ für alle $y \in \mathbb{C}^n$ .	
7	Die Folge $\delta_k = \sin^2(1/k)$ , $k \in \mathbb{N}$ , ist quadratisch konvergent gegen Null.	
8	Hinreichend für die Konvergenz des Gradientenverfahrens ist, dass $g \in C^2(\mathbb{R}^n)$ gilt und $g$ konvex ist.	

**Aufgabe 4** (Essay, 4 Punkte). Schreiben Sie einen kurzen Rückblick von etwa einer Seite zum Thema *Lineare Gleichungssysteme*, in dem Sie den Zusammenhang zur Numerik erläutern.