Abteilung für
Angewandte Mathematik

SoSe 2022
Prof. Dr. Sören Bartels, Jakob Keck

Praktische Übungen zu Numerik 2

Blatt 1 – 2.5.2022

Abgabe: 13.5.2022, 10:00 Uhr

Homepage zur Vorlesung:

`https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss22/num`

Projekt 1 (10 Punkte)**.** Die Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ ist nach der Cramerschen Regel gegeben durch $x_i = \det A_i / \det A$, $i = 1, 2, \dots, n$, wobei $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ aus A entsteht, indem die i-te Spalte von A durch den Vektor b ersetzt wird. In Matlab lässt sich A_i mit den Kommandos `A_i=A` und `A_i(:,i)=b;` erzeugen. Implementieren Sie die Cramersche Regel und testen Sie Ihr Programm für das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 0.2161 & 0.1441 \\ 1.2969 & 0.8648 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0.1440 \\ 0.8642 \end{bmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist gegeben durch $x = [2, -2]^\top$. Bestimmen Sie für die numerische Lösung $\widetilde{x}$ den Vorwärtsfehler $\|x - \widetilde{x}\|_\infty / \|x\|_\infty$ sowie den Rückwärtsfehler $\|A\widetilde{x} - b\|_\infty / \|b\|_\infty$. Betrachten Sie die Konditionszahl von A und vergleichen Sie die Fehler mit denen der durch das Gaußsche Eliminationsverfahren mit Pivotsuche berechneten numerischen Lösung $\widehat{x}$, die Sie in Matlab mit `x=A\b` bestimmen können.

Projekt 2 (10 Punkte)**.** Implementieren Sie das Neville-Schema in nichtrekursiver Form und verwenden Sie es, um das Interpolationspolynom der Funktion $f(x) = (1 + 25x^2)^{-1}$ bezüglich äquidistanter Stützstellen $-1 = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = 1$ sowie Tschebyscheff-Knoten $-1 \le t_0 < t_1 < \cdots < t_n \le 1$ an den Punkten $x_a = \pi/8$ und $x_b = \pi/4$ für $n = 1, 2, 4, 8, 16, 32$ auszuwerten. Kommentieren Sie Ihre Beobachtungen.