



## Praktische Übungen zu Numerik 2

Blatt 4 – 20.6.2022

Abgabe: 1.7.2022, 10:00 Uhr

---

### Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss22/num>

**Projekt 1** (10 Punkte). Schreiben Sie ein Programm, welches das Integral einer gegebenen Funktion in einem Intervall  $[a, b]$  mithilfe der Trapez-Regel, der Simpson-Regel, und einer Gaußschen 3-Punkt-Quadraturformel, berechnet.

Überprüfen Sie die in der Vorlesung erwähnten Exaktheitsgrade der verschiedenen Quadraturformeln anhand geeigneter Funktionen und dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse.

**Projekt 2** (10 Punkte). Erweitern Sie Ihr Programm aus Projekt 1, sodass die Approximation des Integrals nun mithilfe der summierten Form der jeweiligen Quadraturformel mit einer gegebenen Schrittweite  $h$  geschieht.

Testen Sie das Programm anhand der Funktionen

$$f(x) = \sin(\pi x)e^x, \quad g(x) = x^{1/3}$$

im Intervall  $[0, 1]$  mit Schrittweiten  $h = 2^{-\ell}$ ,  $\ell = 1, 2, \dots, 10$ . Berechnen Sie jeweils den Approximationsfehler  $e_h$  und bestimmen Sie eine experimentelle Konvergenzrate  $\gamma$  aus dem Ansatz  $e_h \approx c_1 h^\gamma$  und der daraus folgenden Formel

$$\gamma \approx \frac{\log(e_h/e_H)}{\log(h/H)}$$

für zwei aufeinanderfolgende Schrittweiten  $h, H > 0$ . Vergleichen Sie die experimentellen Konvergenzraten mit den theoretischen Konvergenzraten der Verfahren und kommentieren Sie Ihre Ergebnisse. Stellen Sie die Paare  $(h, e_h)$  für die verschiedenen Quadraturformeln vergleichend als Polygonzüge grafisch in logarithmischer Achsenskalierung mit Hilfe des Matlab-Befehls `loglog` dar.