



Praktische Übungen zu Numerik II

Blatt 1 – 30.04.2025

Abgabe: über **Ilias** bis Mittwoch, den 14.05.2025, 14:00 Uhr.

Projekt 1 (10 Punkte). Die Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ ist nach der Cramerschen Regel gegeben durch $x_i = \det A_i / \det A$, $i = 1, 2, \dots, n$, wobei $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ aus A entsteht, indem die i -te Spalte von A durch den Vektor b ersetzt wird (in Matlab kann dies durch die Befehle $A_i = A$ und $A_i(:, i) = b$ realisiert werden). Implementieren Sie die Cramersche Regel und testen Sie Ihr Programm für das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0.2161 & 0.1441 \\ 1.2969 & 0.8648 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.1440 \\ 0.8642 \end{pmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist gegeben durch $x = [2, -2]^T$. Bestimmen Sie für Ihre numerische Lösung \tilde{x} den Vorwärtsfehler $\|x - \tilde{x}\|_\infty / \|x\|_\infty$ sowie den Rückwärtsfehler $\|A\tilde{x} - b\|_\infty / \|b\|_\infty$. Betrachten Sie die Konditionszahl von A und vergleichen Sie die Fehler mit denen der durch das Gaußsche Eliminationsverfahren mit Pivotsuche berechneten numerischen Lösung \hat{x} , die Sie in Matlab mit $x=A \setminus b$ bestimmen können.

Projekt 2 (10 Punkte). Implementieren Sie das Neville-Schema in nichtrekursiver Form und verwenden Sie es, um das Interpolationspolynom der Funktion $f(x) = (1 + 25x^2)^{-1}$ bezüglich äquidistanter Stützstellen $-1 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1$ sowie Tschebyscheff-Knoten $-1 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_n \leq 1$ an den Punkten $x_a = \pi/8$ und $x_b = \pi/4$ für $n = 1, 2, 4, 8, 16, 32$ auszuwerten. Kommentieren Sie Ihre Beobachtungen.