Abteilung für
Angewandte Mathematik

SS 2025
Prof. Dr. Sören Bartels, Vera Jackisch

Praktische Übungen zu Numerik II

Blatt 2 – 14.05.2025

Abgabe: über **Ilias** bis Mittwoch, den 28.05.2025, 14:00 Uhr.

Hinweis zur grafischen Darstellung von Funktionen in Matlab:
Der Matlab-Befehl `plot(X,Y,'r-*')` stellt einen durch die Vektoren X und Y definierten Polygonzug grafisch dar. Sind $X = [x_0, x_1, \dots, x_n]^\top$ und $Y = [f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)]^\top$, so wird eine stetige, stückweise lineare Interpolation der Funktion f dargestellt. Die Darstellung des Graphen kann mit dem optionalen Argument `r-*` in Farbe, Liniendarstellung und Markierung verändert werden. Weitere nützliche Befehle sind:
`hold on, hold off, figure, clf, axis, xlabel, ylabel, legend`

Projekt 1 (10 Punkte)**.** (i) Schreiben Sie ein Programm zur Bestimmung der Koeffizienten eines Interpolationspolynoms bezüglich der Newton-Basis für gegebene Stützstellen $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$ und zugehörige Stützwerte $y_0, \dots y_n$.

(ii) Testen Sie Ihr Programm für die Funktionen $f(x) = \sin(\pi x)$, $g(x) = (1 + 25x^2)^{-1}$ und $h(x) = |x|$ im Intervall $[-1, 1]$ bei Verwendung von äquidistanten Stützstellen und Tschebyscheff-Knoten. Werten Sie die Interpolationspolynome an den Punkten $z_j = -1 + 2j/100$, $j = 0, 1, \dots, 100$ mit dem Horner-Schema aus und plotten Sie damit die Interpolationspolynome für $n = 1, 2, 4, 8$.

Projekt 2 (10 Punkte)**.** (i) Illustrieren Sie grafisch die stückweise lineare Approximation der Funktion $f(x) = x^{1/2}$ auf dem Intervall $[0, 1]$ mit den Gitterpunkten

(a) $x_i = i/n$, (b) $x_i = (i/n)^4$,

für $i = 0, 1, \dots, n$ und $n = 2, 4, 8, 16$, indem Sie diese mit der Darstellung von f auf einem sehr feinen Gitter vergleichen.

(ii) Schreiben Sie eine Routine zur Berechnung eines interpolierenden kubischen Splines mit natürlichen Randbedingungen. Testen Sie die Routine mit den Partitionierungen aus (i) für die Funktion $f(x) = \sin(2\pi x)$.

Erzeugen Sie jeweils aussagekräftige Grafiken und kommentieren Sie die Ergebnisse.