Praktische Übungen zu Numerik II

Blatt 3 – 28.05.2025

Abgabe: über **Ilias** bis **Montag**, den 16.06.2025, 14:00 Uhr (wegen der Pfingstpause eine halbe Woche später als üblich).

Projekt 1 (10 Punkte)**.** Implementieren Sie die komplexe Fourier-Synthese als rekursive Funktion und verwenden Sie Ihre Routine, um die Fourier-Transformation der Vektoren $y \in \mathbb{C}^n$ definiert durch $y_j = f_r(2\pi j/n)$, $j = 0, 1, \dots, n-1$, $r = 1, 2, 3$, mit $f_1(x) = \sin(5x) + (1/2)\cos(x)$ sowie

$$f_2(x) = \begin{cases} 1, & x \in [\pi - 1/4, \pi + 1/4], \\ 0, & x \notin [\pi - 1/4, \pi + 1/4], \end{cases} \qquad f_3(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, \pi), \\ -1, & x \in [\pi, 2\pi), \end{cases}$$

mit $n = 2^s$, $s = 1, 2, \dots, 5$ zu berechnen. Stellen Sie die zugehörigen komplexen trigonometrischen Polynome grafisch dar.
Hinweis: Wenn Sie Matlab verwenden, können Sie bei der Erstellung Ihres Programms die interne Realisierung komplexer Zahlen nutzen.

Projekt 2 (10 Punkte)**.** Die Funktion $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, \pi], \\ 2\pi - x, & x \in [\pi, 2\pi]. \end{cases}$$

Verwenden Sie die Matlab-Routine `fft`, um für $n = 2^s$, $s = 1, 2, \dots, 5$, komplexe Koeffizienten $(\beta_k)_{k=0,1,\dots,n-1}$ und $(\delta_k)_{k=0,1,\dots,n-1}$ zu berechnen, sodass für die Funktionen

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \beta_k e^{ikx}, \qquad q(x) = \sum_{k=-n/2}^{n/2-1} \delta_{k+n/2} e^{ikx}$$

die Interpolationseigenschaft $p(x_j) = f(x_j)$ beziehungsweise $q(x_j) = f(x_j)$ für
$j = 0, 1, \dots, n-1$ und mit $x_j = 2\pi j/n$ erfüllt ist. Plotten Sie jeweils den Real- und Imaginärteil der Funktionen p und q und diskutieren Sie Ihre Ergebnisse.