



Praktische Übungen zu Numerik II

Blatt 4 – 16.06.2025

Abgabe: über **Ilias** bis **Mittwoch**, den 25.06.2025, 14:00 Uhr.

Projekt 1 (10 Punkte). Schreiben Sie ein Programm, welches das Integral einer gegebenen Funktion in einem Intervall $[a, b]$ mithilfe der Trapez-Regel, der Simpson-Regel, und einer Gaußschen 3-Punkt-Quadraturformel berechnet.

Überprüfen Sie die in der Vorlesung erwähnten Exaktheitsgrade der verschiedenen Quadraturformeln anhand geeigneter Funktionen und dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse.

Projekt 2 (10 Punkte). Erweitern Sie Ihr Programm aus Projekt 1, sodass die Approximation des Integrals nun mithilfe der summierten Form der jeweiligen Quadraturformel mit einer gegebenen Schrittweite h geschieht. Testen Sie das Programm anhand der Funktionen

$$f(x) = \sin(\pi x)e^x, \quad g(x) = x^{1/3}$$

im Intervall $[0, 1]$ mit Schrittweiten $h = 2^{-\ell}$, $\ell = 1, 2, \dots, 10$. Berechnen Sie jeweils den Approximationsfehler e_h und bestimmen Sie eine experimentelle Konvergenzrate γ aus dem Ansatz $e_h \approx c_1 h^\gamma$ und der daraus folgenden Formel

$$y \approx \frac{\log(e_h/e_H)}{\log(h/H)}$$

für zwei aufeinanderfolgende Schrittweiten $h, H > 0$. Vergleichen Sie die experimentellen Konvergenzraten mit den theoretischen Konvergenzraten der Verfahren und kommentieren Sie Ihre Ergebnisse. Stellen Sie die Paare (h, e_h) für die verschiedenen Quadraturformeln vergleichend als Polygonzüge grafisch in logarithmischer Achsenskalierung mithilfe des Matlab-Befehls `loglog` dar.