

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik

Wintersemester 2015/16

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels, Dipl.-Math. P. Schön

Aufgabenblatt 0, Präsenzaufgaben (keine Abgabe)

Aufgabe 1 (Injektivität und Surjektivität)

(a) Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität:

(1) $f : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N}, f(k) := 2k - 1,$

(2) $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, g(x) := x^k,$ für $k = 0, 1, 2, \dots,$

(3) $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \mapsto \mathbb{R} \setminus \{0\}, h(x) := x^{-k},$ für $k = 1, 2, 3, \dots,$

(4) $i : \mathbb{Q} \setminus \{0\} \mapsto \{-1, +1\}, i(x) := \frac{x}{|x|},$ wobei $|x| := \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{sonst} \end{cases}$

(b) Bestimmen Sie, falls möglich, die Umkehrfunktionen von f, g, h und i . Geben Sie das Urbild von $M = \{1, 2\}$ unter f, g, h und i an.

Aufgabe 2 (logische Verneinung) Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Es regnet und es ist Nacht.
- (b) Mein Fahrrad ist blau oder pink.
- (c) Wenn es regnet, bleibt die Strasse trocken.
- (d) Es gibt Autos, die kein Lenkrad haben.
- (e) Alle Studenten verstehen Logik nicht.

Hinweis: Für eine Aussage $\mathcal{A}(x)$, die abhängig von $x \in M$ wahr oder falsch ist, gilt

$$\neg(\forall x \in M : \mathcal{A}(x)) = \exists x \in M : \neg\mathcal{A}(x),$$

$$\neg(\exists x \in M : \mathcal{A}(x)) = \forall x \in M : \neg\mathcal{A}(x).$$

Aufgabe 3 (De Morgan'sche Regeln für Mengen) Seien A, B, C Mengen, zeigen Sie:

(a) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(b) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

Hinweis: Schnitt und Vereinigung zweier Mengen A, B können wir darstellen als:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\} = \{x \mid \forall M \in \{A, B\} : x \in M\},$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\} = \{x \mid \exists M \in \{A, B\} : x \in M\}.$$

Dieser Übungszettel bedarf keiner Abgabe, die Aufgaben werden in der ersten Übungsstunde bearbeitet und besprochen. Für kommende Übungszettel haben Sie jeweils eine Woche Bearbeitungszeit. Abgabe der Lösungen ist Montags bis 16:10 vor der Vorlesung im Eingangsbereich des Hörsaals. Abgaben in festen Zweiergruppen sind auch möglich. Damit keine Lösungen verloren gehen: Schreiben Sie Ihren Namen, den Namen des Tutors und die Gruppennummer oben auf Ihre Abgaben und heften Sie die Abgaben mit einem Tacker zusammen.

Ihre Abgaben werden von Ihrem Tutor korrigiert und bewertet im Hinblick auf mathematische Korrektheit, Verständlichkeit und Darstellung. Sie erhalten Punkte, die Sie über das Semester sammeln. Sie müssen 40% der insgesamt möglichen Punkte erreichen, um für die Klausur zugelassen zu sein. Desweitern müssen Sie Ihre Lösungen auch an der Tafel vorstellen können. Wir wünschen viel Erfolg und viel Spaß!