Praktikum zur Vorlesung Einführung in die Theorie und Numerik partieller Differenzialgleichungen

Wintersemester 2016/2017

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels, M. Sc. Marijo Milicevic

Projekt 7: Finite-Elemente-Methode (Teil II)

Projekt 7.1 (10 Punkte)

Wir betrachten eine Dose in einem Kühlschrank und möchten die Zeit bestimmen, die benötigt wird, um die in der Dose enthaltene Flüssigkeit unter eine vorgegebene Temperatur abzukühlen. Wir nehmen an, dass die Metalloberfläche der Dose überall und instantan die gleiche Temperatur hat wie die Umgebung der Dose im Kühlschrank. Um ein Modell herzuleiten, welches die Temperaturänderung in der Dose beschreibt, verwenden wir, dass die Wärmedichte proportional zur Temperatur θ ist, d.h. $w = \rho c_p \theta$, und der Wärmefluss proportional zum Temperaturgradienten ist, d.h. $q = -\kappa \nabla \theta$, und dass Wärmeenergie erhalten bleibt, d.h. $\partial_t w + \operatorname{div} q = 0$ (vgl. Projekt 5.2). Verwenden Sie die Werte

$$\rho = 1{,}009 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg/m^3}, \quad \kappa = 0{,}597\ \mathrm{W/m\ K}, \quad c_p = 4{,}186 \cdot 10^3\ \mathrm{J/kg\ K}.$$

Nehmen Sie weiter an, dass die Dose 0,115 m hoch sei, einen Durchmesser von 0,067 m habe und aufrecht im Kühlschrank stehe. Die Umgebungstemperatur variiere linear von 4°C an der Unterseite der Dose bis 5°C an der Oberseite der Dose. Implementieren Sie ein Crank-Nicholson-Verfahren mit der $P1$-Finite-Elemente-Methode um die Zeit zu bestimmen, die benötigt wird, um die Flüssigkeit in der Dose von 15°C auf unter 8°C abzukühlen. Diskutieren Sie die Verlässlichkeit Ihres Ergebnisses sowie die Begrenztheit des Modells.

Abgabe: bis spätestens Mittwoch, den 08.02.2017, 14 Uhr per E-Mail an den Tutor.
Hinweis: Dieses Aufgabenblatt ist lediglich ein Zusatzblatt. Die Gesamtpunktzahl bleibt hiervon unberührt.