

Praktikum zur Vorlesung Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen I

Prof. Dr. S. Bartels
M. Sc. Zhangxian Wang

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2017/2018

Projekt 6

Abgabe am **Dienstag, den 30.01.2018, 10 Uhr**

Konvektionsdominierte Probleme

Aufgabe 1

Eine einfache mathematische Beschreibung der Rauchverteilung bei einem Schornstein führt zum konvektionsdominiertem Problem

$$-\epsilon \Delta c + b \cdot \nabla c = 0$$

für die Rauchkonzentration c , den Diffusionskoeffizient $\epsilon = 10^{-5} m^2/s$ von Kohlenstoffdioxid in der Luft und dem Geschwindigkeitsfeld $b = [10, 0, 0]^T m/s$. Man nehme an, dass der Schornstein sich auf einer Höhe von 50m befindet, und simuliere ein zwei-dimensionales Model von obigem Problem mit geeigneten Randbedingungen bis zu einer Höhe von 200m und einer Distanz von 1km in Windrichtung. Vergleiche eine direkte Approximation des Problems mit einer stabilisierten Methode.

Aufgabe 2

Bestimme die experimentelle Konvergenzrate von verschiedenen DG-Methoden für das Poisson-Problem $-\Delta u = f$ in $\Omega = (0,1)^2$ mit den Randbedingungen $u|_{\partial\Omega} = 0$ auf einer Folge von uniform-verfeinerten Triangulierungen für die exakte Lösung

$$u(x, y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y).$$

Teste dabei insbesondere die Abhängigkeit vom Parameter γ .

Praktikum zur Vorlesung Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen I

Prof. Dr. S. Bartels
M. Sc. Zhangxian Wang

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2017/2018

Projekt 6

Abgabe am **Dienstag, den 23.01.2018, 10 Uhr**

Konvektionsdominierte Probleme

Aufgabe 3

Eine einfache mathematische Beschreibung der Rauchverteilung bei einem Schornstein führt zum konvektionsdominiertem Problem

$$-\epsilon \Delta c + b \cdot \nabla c = 0$$

für die Rauchkonzentration c , den Diffusionskoeffizient $\epsilon = 10^{-5} m^2/s$ von Kohlenstoffdioxid in der Luft und dem Geschwindigkeitsfeld $b = [10, 0, 0]^T m/s$. Man nehme an, dass der Schornstein sich auf einer Höhe von 50m befindet, und simuliere ein zwei-dimensionales Model von obigem Problem mit geeigneten Randbedingungen bis zu einer Höhe von 200m und einer Distanz von 1km in Windrichtung. Vergleiche eine direkte Approximation des Problems mit einer stabilisierten Methode.

Aufgabe 4

Bestimme die experimentelle Konvergenzrate von verschiedenen DG-Methoden für das Poisson-Problem $-\Delta u = f$ in $\Omega = (0,1)^2$ mit den Randbedingungen $u|_{\partial\Omega} = 0$ auf einer Folge von uniform-verfeinerten Triangulierungen für die exakte Lösung

$$u(x, y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y).$$

Teste dabei insbesondere die Abhängigkeit vom Parameter γ .