Abteilung für Angewandte Mathematik 28.01.2019
Prof. Dr. S. Bartels
M.Sc. C. Palus

Übung zur Vorlesung

Einführung in Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

Wintersemester 2018/2019 – Blatt 14 (Bonusblatt/Klausurvorbereitung)

Abgabe: Briefkästen RZ bis Montag, den 04.02.2019 um 12:00 Uhr

Aufgabe 1 (15 Bonuspunkte)**.** Schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung der Vorlesungsinhalte. Widmen Sie jedem Kapitel ca. eine Seite. Verwenden Sie dabei die folgenden Schlüsselwörter und geben Sie bei Bedarf Beispiele an:
1. Finite-Differenzen-Verfahren: *CFL-Bedingung, implizite/explizite Verfahren, Konsistenz, Stabilität, Konvergenz.*
2. Elliptische partielle Differentialgleichungen: *Singularitäten, Differenzierbarkeit, schwache Formulierung, Sobolev-Raum, Existenz/Eindeutigkeit schwacher Lösungen.*
3. Finite-Elemente-Methode: *Galerkin-Approximation, nodale Basis, Interpolation, Fehlerabschätzung, Maximumprinzip.*

Quiz (5 Bonuspunkte)**.** Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Sie sollten Ihre Entscheidung im Tutorat begründen können.

Es existiert eine Konstante $c > 0$, sodass für alle stückweisen Polynome $v \in H^1(\Omega)$ die Ungleichung $\|\nabla v_h\|_{L^2(\Omega)} \leq c\|v_h\|_{L^2(\Omega)}$ erfüllt ist.	
Für alle $v \in H^3(T)$ existiert ein $q \in \mathcal{P}_2(T)$ mit $\|\nabla(v-q)\|_{L^2(T)} \leq ch_T^2\|D^3v\|_{L^2(T)}$.	
Es ist $\mathcal{S}^1(\mathcal{T}_h) = \{v_h \in C^1(\overline{\Omega}) : v_h\|_T \in \mathcal{P}_1(T) \text{ für alle } T \in \mathcal{T}_h\}$.	
Für alle $v_h \in \mathcal{S}^1_0(\mathcal{T}_h)$ gilt $\|v_h\|_{L^4(\Omega)} \leq c\|\nabla v_h\|_{L^2(\Omega)}$.	
Falls die Lösung u des Poisson-Problems $u \in H^2(\Omega) \cap H^1_0(\Omega)$ erfüllt, dann gilt $\|u-u_h\|_{L^2(\Omega)} \leq ch^2\|D^2u\|_{L^2(\Omega)}$ für die Galerkin-Approximation $u_h \in \mathcal{S}^1_0(\mathcal{T}_h)$.	