

Praktikum zur Vorlesung Theorie und Numerik partieller Differenzialgleichungen II: Nicht-lineare partielle Differenzialgleichungen

Wintersemester 2018/19

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

Dipl.-Math. A. Papathanassopoulos

M.Sc.-Math. J. Keck

Übungsblatt 1

Projekt 1. (i) Laden Sie die MATLAB-Dateien P1FE_poisson.m und red_refine.m von der Homepage der Vorlesung herunter und machen sich mit der Funktionsweise des Programms zur Approximation von Lösungen des Poisson-Problems vertraut.

Ändern Sie den Code um das Problem in dem Gebiet $\Omega = (-1, 1)^2 \setminus [0, 1] \times [-1, 0]$ zu lösen. Testen Sie das Programm anhand von $\Gamma_D = \partial\Omega$, $u_D(x) = x_1 + x_2$ und $f \equiv 5$.

(ii) Schreiben Sie ein Programm, das eine Triangulierung des Viertelkreisrings

$$\Omega = \{x \in (0, 2)^2 \mid 1 < \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < 2\}$$

erstellt. Dabei sollen $\Gamma_D = \{0\} \times [1, 2] \cup [1, 2] \times \{0\}$ und $\Gamma_N = \partial\Omega \setminus \Gamma_D$ sein.

Hinweis: Erstellen Sie zunächst eine Triangulierung eines rechteckigen Gebietes und wenden Sie dann Polarkoordinaten an.

Projekt 2. (i) Modifizieren Sie das Programm P1FE_poisson.m um das Randwertproblem

$$-\operatorname{div}(K\nabla u) = f \quad \text{in } \Omega, \quad u = u_D \quad \text{auf } \Gamma_D, \quad (K\nabla u) \cdot n = g \quad \text{auf } \Gamma_N$$

zu approximieren. Dabei ist $K : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{d \times d}$ eine gegebene stückweise stetige Abbildung, sodass $K(x)$ für fast alle $x \in \Omega$ symmetrisch und positiv definit ist.

Testen Sie Ihren Code mit $\Omega = (0, 1) \times (0, 2)$, $\Gamma_N = \{1\} \times (0, 2)$, $\Gamma_D = \partial\Omega \setminus \Gamma_N$, $u(x) = x_1^2 x_2$ und

$$K(x) = \begin{bmatrix} 2 & \sin(x_1) \\ \sin(x_1) & 2 \end{bmatrix}.$$

Hinweis: Beim Testen müssen Sie zunächst die Funktionen f , g und u_D berechnen, sodass die gewünschte Funktion u Lösung des Problems ist.

(ii) Modifizieren Sie das Programm P1FE_poisson.m um das Randwertproblem

$$-\Delta u = f \quad \text{in } \Omega, \quad u + \alpha \nabla u \cdot n = g \quad \text{auf } \partial\Omega$$

zu approximieren.

Testen Sie Ihren Code mit $\Omega = (0, 1)^2$, $\alpha = 2$ und $u(x) = x_1^2 + x_2^2$.

Abgabe: Bis Sonntag, den 28. Oktober 2018 an den Tutor.

Homepage: <https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ws18/tun2>