# Praktikum zur Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen III

Projekt 1 – 28.10.2019

Abgabe: per E-Mail bis Montag, den 11.11.2019, 10:00 Uhr

---

**Homepage zur Vorlesung:**

`https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ws19/tun3`

**Aufgabe 1** (5 Punkte). Sei $\Omega = (-1,1)^2 \setminus [0,1) \times (-1,0]$ und $f = 1$ in $\Omega$. Modifizieren Sie das Programm `p1_poisson.m` zur Lösung der Poisson-Gleichung mit der $P1$-FE-Methode, sodass das Randwertproblem

$$-\Delta u = f \text{ in } \Omega, \quad u = 0 \text{ auf } \partial\Omega$$

gelöst wird.

**Aufgabe 2** (15 Punkte). Betrachten Sie das Poisson-Problem $-\Delta u = 0$ in dem Gebiet

$$\Omega_\gamma = \{x = [r\cos\phi, r\sin\phi]^\top : r > 0, 0 < \phi < \gamma\} \cap (-1,1)^2$$

mit Dirichlet-Randbedingungen $u = u_{\mathrm{D}} = \widetilde{u}|_{\partial\Omega_\gamma}$ auf $\partial\Omega_\gamma$. Die exakte Lösung ist in diesem Fall gegeben durch $\widetilde{u}(r,\phi) = r^{\pi/\gamma}\sin(\phi\pi/\gamma)$. Bestimmen Sie für $\gamma = j\pi/2$, $j = 1,2,3,4$ jeweils experimentell eine optimale Graduierungsstärke eines graduierten Gitters, indem Sie eine Folge von Approximationsfehlern $\|\nabla(\mathcal{I}_h u - u_h)\|_{L^2(\Omega)}$ für $h \to 0$ berechnen. Sie können dafür das Programm `p1_graded.m` verwenden und entsprechend modifizieren.