Abteilung für
Angewandte Mathematik

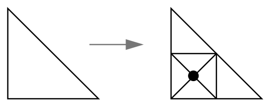
WiSe 2019/2020
Prof. Dr. Sören Bartels, Christian Palus

Praktikum zur Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen III

Projekt 2 – 11.11.2019

Abgabe: per E-Mail bis Montag, den 25.11.2019, 10:00 Uhr

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Modifizieren Sie das Programm zur Rot-Grün-Blau-Verfeinerung, sodass neue Knoten im Inneren der markierten Dreiecke erzeugt werden. Ein markiertes Dreieck sollte dann wie in der folgenden Skizze verfeinert werden:



Aufgabe 2 (10 Punkte)**.** Approximieren Sie das Poisson-Problem $-\Delta u = 1$ in dem quadratischen Gebiet $\Omega = (-1,1)^2$ sowie in dem L-förmigen Gebiet $\Omega = (-1,1)^2 \setminus ([0,1] \times [-1,0])$ mit homogenen Dirichlet-Randbedingungen auf $\partial\Omega$ auf einer Folge gleichförmiger Triangulierungen $(\mathcal{T}_j)_{j=0,1,\ldots}$. Berechnen Sie mit $s_j = \|\nabla u_j\|_{L^2(\Omega)}$ für $j = 0, 1, \ldots$ die extrapolierten Werte $\tilde{s}_j$ für $j \geq 2$ via

$$\tilde{s}_j = \frac{s_j s_{j-2} - s_{j-1}^2}{s_j - 2s_{j-1} + s_{j-2}}$$

um eine möglichst genaue Approximation des unbekannten Werts $s = \|\nabla u\|_{L^2(\Omega)}$ zu erhalten. Verwenden Sie diese Werte, um die Fehler

$$\delta_h^2 = \|\nabla(u - u_h)\|_{L^2(\Omega)}^2 = \|\nabla u_h\|_{L^2(\Omega)}^2 - \|\nabla u\|_{L^2(\Omega)}^2$$

für Folgen uniform sowie adaptiv verfeinerter Triangulierungen zu berechnen und plotten Sie diese Werte gegen die Anzahl der Freiheitsgrade unter Verwendung einer logarithmischen Skala auf beiden Achsen. Bestimmen Sie außerdem die experimentellen Konvergenzraten.