Abteilung für
Angewandte Mathematik

WiSe 2019/2020
Prof. Dr. Sören Bartels, Christian Palus

Praktikum zur Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen III

Projekt 3 – 25.11.2019

Abgabe: per E-Mail bis Montag, den 09.12.2019, 10:00 Uhr

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Sei $\mathcal{T}_h$ eine Triangulierung von Ω und sei $\mathcal{T}_{h/2}$ die Triangulierung, welche aus $\mathcal{T}_h$ durch eine uniforme Rot-Verfeinerung entsteht. Der h-$h/2$-*Fehlerschätzer* ist definiert durch

$$\eta_{h-h/2}(u_h) = \|\nabla(u_h - u_{h/2})\|_{L^2(\Omega)},$$

wobei u_h und $u_{h/2}$ die entsprechenden Finite-Elemente-Approximationen zu den Triangulierungen $\mathcal{T}_h$ und $\mathcal{T}_{h/2}$ sind. Testen und vergleichen Sie den Schätzer mit dem Residuumsschätzer für ein Poisson-Problem in einem nicht-konvexen Gebiet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)**.** Zu einer Funktion $u_h \in \mathcal{S}^1(\mathcal{T}_h)$ sei $\mathcal{A}_h[\nabla u_h] = p_h \in \mathcal{S}^1(\mathcal{T}_h)^d$ definiert durch

$$p_h(z) = |\omega_z|^{-1} \int_{\omega_z} \nabla u_h \,\mathrm{d}x$$

für alle Knoten $z \in \mathcal{N}_h$ mit Knotenpatch $\omega_z = \operatorname{supp} \varphi_z$. Der *Durchschnitts-Fehlerschätzer* ist defniert durch

$$\eta_{\mathcal{A}}(u_h) = \big\|\nabla u_h - \mathcal{A}_h[\nabla u_h]\big\|_{L^2(\Omega)}.$$

Testen und vergleichen Sie auch diesen Schätzer mit dem Residuumsschätzer für ein Poisson-Problem in einem nicht-konvexen Gebiet.