



## Praktische Übungen zu Numerik I

Projekt 3 – 20.11.2024

Abgabe: über Ilias bis Mittwoch, den 04.12.2024, 14:00 Uhr. \_\_\_\_\_

### Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ws24/num/index.html>

**Projekt 1** (6 Punkte). Schreiben Sie eine Funktion `chol`, die für eine gegebene symmetrische, positiv definite Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ihre Cholesky-Zerlegung  $A = LL^T$  berechnet. Begründen Sie, warum die Einträge der Matrix  $A$  mit den berechneten Einträgen von  $L$  überschrieben werden können, sodass keine neuen Felder initialisiert werden müssen. Unter welchen Umständen sollte man die Berechnung von  $L$  abbrechen?

Testen Sie Ihre Funktion mit den Matrizen

$$A_1 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & -1 & \\ & & & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

um die Gleichungssysteme  $A_i x = b_i$ ,  $i = 1, 2$ , für  $b_1 = [1, 1, 1]^T$  und  $b_2 = [1, \dots, 1]^T$  zu lösen, wobei  $A_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $b_2 \in \mathbb{R}^n$  mit  $n = 10, 20, 40, 80$  gelte.

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit Hilfe der MatLab-Befehle `chol(A)` und `x=A\b`. In Python können Sie wieder `scipy` und die Befehle `cholesky` und `linalg.solve` verwenden.

**Projekt 2** (6 Punkte). Erweitern Sie Ihre Funktion zur Berechnung der LU-Zerlegung von Blatt 2 um eine Spalten-Pivotsuche. Führen Sie für die Pivotsuche einen Vektor  $p \in \mathbb{R}^n$  ein, der die Zeilenvertauschungen berücksichtigt.

Implementieren Sie zudem ein Abbruchkriterium, das das Verfahren beendet, sofern für das Pivotelement  $|a_{\pi(k),k}^{(k)}| \leq 10^{-10}$  gilt.

Testen Sie ihre Funktion, indem Sie die LU-Zerlegung der folgenden Matrix bestimmen:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Lösen Sie damit das Gleichungssystem  $Ax = b$  mit  $b = [7, 15, 16, 12]^T$ .