



Praktische Übungen zu Numerik I

Projekt 6 – 15.01.2025

Abgabe: über Ilias bis Mittwoch, den 29.01.2025, 14:00 Uhr. _____

Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ws24/num/index.html>

Projekt 1 (6 Punkte). Bearbeiten und implementieren Sie *Anwendung 8.1* im Buch 'Numerik 3x9' auf Seite 61.

Projekt 2 (6 Punkte). Sei ein lineares Gleichungssystem $Ax = b$ mit $A = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$ und $b = [b_1, \dots, b_n]^T$ gegeben.

Implementieren Sie die folgenden beiden iterativen Verfahren, die für einen gegebenen Startvektor $x^0 = [x_1^0, \dots, x_n^0]^T$ eine Lösung des Gleichungssystems approximieren:

$$(i) x_i^{k+1} = a_{ii}^{-1} \left(b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j^k \right),$$

$$(ii) x_i^{k+1} = a_{ii}^{-1} \left(b_i - \sum_{j < i} a_{ij} x_j^{k+1} - \sum_{j > i} a_{ij} x_j^k \right).$$

Testen Sie Ihre Programme für das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & -1 & \\ & & -1 & 2 & \\ & & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

und dem Startvektor $x^0 = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^n$ für $n = 10, 20, 40$. Beenden Sie die Iteration, wenn $\|x^k - x^{k+1}\|_2 \leq 10^{-5}$ gilt. Kommentieren Sie die Abhängigkeit der Iterationsanzahl von der Dimension n des Gleichungssystems.

Anmerkung: Bei den Verfahren handelt es sich um äquivalente Darstellungen des Jacobi- bzw. des Gauß-Seidel-Verfahrens, die Sie in der Vorlesung kennen lernen werden.