Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Abteilung für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. Patrick Dondl
Dr. Keith Anguige
Sommersemester 2017

Praktikum zu Numerik 2

Blatt 1

(Abgabe: 17. Mai 2017)

Aufgabe 1. (Präsenzaufgabe)

Zur Bestimmung der Rundungsgenauigkeit eines Rechners sei $x = 1$ und es werde x solange durch $x/2$ ersetzt, wie der Ausdruck '$1 + x > 1$' vom Rechner als wahr ausgewertet wird. Bestimmen Sie experimentell den Wert von x für den dieses Vorgehen abbricht. Definieren Sie dazu x als Variable vom Typ `single` beziehungsweise `double`.

Warum ist damit die Rückwärtsstabilität der numerischen Approximation von $\phi(x) = 1 + x$ nicht gegeben?

Aufgabe 2. (8 Punkte)

Die Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ ist nach der Cramerschen Regel gegeben durch $x_i = \det A_i / \det A$, $i = 1, 2, \ldots, n$, wobei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ aus A entsteht, indem die i-te Spalte von A durch den Vektor b ersetzt wird. In `MATLAB` lässt sich A_i mit den Kommandos `A_i=A` und `A_i(:,i)=b` erzeugen. Implementieren Sie die Cramersche Regel in `MATLAB` und testen Sie Ihr Programm für das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 0.2161 & 0.1441 \\ 1.2969 & 0.8648 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0.1440 \\ 0.8642 \end{bmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist gegeben durch $x = [2, -2]^T$. Bestimmen Sie für die numerische Lösung $\tilde{x}$ den Vorwärtsfehler $\|x - \tilde{x}\|_\infty / \|x\|_\infty$ sowie den Rückwärtsfehler $\|A\tilde{x} - b\|_\infty / \|b\|_\infty$. Betrachten Sie die Konditionszahl von A und vergleichen Sie die Fehler mit denen der durch das Gaußsche Eliminationsverfahren mit Pivotsuche berechneten numerischen Lösung $\hat{x}$.

(Gauß-Elimination mit Pivotsuche kann man auf der Webpage von Numerik 1 finden, Sie können aber auch den '`MATLAB` Backslashoperator' benutzen.

Aufgabe 3. (8 Punkte)

Sei $a = -1, b = 1$ und x_j, für $j = 0, 1, \ldots n$, äquidistant auf $[a, b]$, sodass $x_0 = a, x_n = b$. Für $f = \sin(x)$ bzw. $f = 1/(1 + 25x^2)$, bestimmen Sie mittels der Vandermonde-Matrix die Koeffezienten des interpolierenden Polynoms zu $\{x_j, y_j = f(x_j)\}$ in der Monombasis $\{x^i\}$ (und verschiedenen n). Lösen Sie das Gleichungssystem entweder mit den vorhandenen LU-Routinen oder mit '`MATLAB` Backslashoperator' und plotten Sie die Lösung.
Plotten und vergleichen Sie das Ergebnis mit meiner Lösung aus der Vorlesung (die einfach durch `MATLAB polyfit` berechnet wurde und auf der Website zu finden ist). Bestimmen Sie die Konditionszahl der Vandermonde-Matrix

---

Abgabe der Lösungen per Email nach Absprache mit dem Tutor.