

Praktikum zu Numerik 2

Blatt 4

(Abgabe: 21. Juni 2017)

Aufgabe 8. (8+4* Punkte) *FFT und Tiefpass*

- (1) Implementieren Sie die komplexe Fourier-Synthese und -Analyse als rekursive Funktion und verwenden Sie Ihre Routine, um die Fourier-Transformation der Vektoren $y \in \mathbb{C}^n$ definiert durch $y_j = f_{1,2,3}(2\pi j/n)$, $j = 0, 1, \dots, n-1$ mit $f_1 = \sin(5x) + 0.5 \cos(x)$,

$$f_2(x) = \begin{cases} 1, & x \in [\pi - 1/4, \pi + 1/4] \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

sowie

$$f_3(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, \pi) \\ -1, & \text{sonst} \end{cases}$$

mit $n = 2^s$, $s = 2, \dots, 5$ zu berechnen. Stellen Sie die komplexen trigonometrischen Polynome grafisch dar.

- (2) Schreiben Sie einen Tiefpassfilter für die komplexe Fourier-Interpolation einer Funktion f , d.h. eine Routine, die zu hohe Frequenzen aus den Koeffizienten filtert (Achtung: was sind eigentlich die hohen Frequenzen im Signal der komplexen Fourier-Analyse?). Zum Filtern ist es am einfachsten bei einer bestimmten Frequenz abzuschneiden. Testen Sie Ihre Routine an einem glatten, periodischen Signal das mit einem kleinen Zufallsrauschen überlagert wird sowie an den Funktionen aus Teil 1.

Tipp: Das MATLAB-Befehl `rand` dürfte von Nutzen sein. Nutzen Sie die MATLAB-Darstellung komplexer Zahlen. Kleine komplexe Resultate durch Rundungsfehler können Sie durch Nehmen des Realteils nach der Rücktransformation wieder verschwinden lassen.

Aufgabe 9. (8 Punkte) *Quadraturkonvergenz*

Verwenden Sie die summierten Trapez- und Simpson-Regeln, um die Integrale im Intervall $[0, 1]$ der Funktionen

$$f(x) = \sin(\pi x)e^x \quad g(x) = x^{1/3}$$

mit Schrittweiten $h = 2^{-l}$, $l = 1, 2, \dots, 10$ zu bestimmen. Berechnen Sie jeweils den Fehler e_h und bestimmen Sie die experimentelle Konvergenzraten γ au dem Ansatz $e_h = c_1 h^\gamma$ und der Formel

$$\gamma \approx \frac{\log(e_h/e_H)}{\log(h/H)}$$

für aufeinanderfolgende Schrittweiten H und h . Stellen Sie die Paare h, e_h für die verschiedenen Quadraturformeln vergleichend als Polygonzüge grafisch in logarithmischer Achsenskalierung dar.

Hinweis zur Abgabe: Laden Sie bitte die Vorlage auf der Seite der Vorlesung herunter und entpacken Sie diese. Benennen Sie den entpackten Ordner ‘Bn-Gruppenname’ um in ‘Bn-(IhreNamen)’. Arbeiten Sie in diesem Ordner. Speichern Sie die Skripte, in denen die für die Aufgabe relevanten Befehle/Funktionsaufrufe stehen, als ‘Aufgabe[n].m’. Verpacken Sie den Ordner ‘Bn-(IhreNamen)’, (z.B. mit 7Zip) und schicken Sie den verpackten Ordner an numerik_prakt@mathematik.uni-freiburg.de.