ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
ABTEILUNG FÜR ANGEWANDTE MATHEMATIK
PROF. DR. PATRICK DONDL
DR. KEITH ANGUIGE

SOMMERSEMESTER 2017

Einführung in die Programmierung
Blatt 5
(Abgabe: 21.06.17)

Aufgabe 14 (8 Punkte)**.** *Random Walk*

Sei ein symmetrischer Random Walk (Zufallsbewegung) auf $\mathbb{Z}^2$ wie folgt definiert:

Steht ein beschwipster Fussgänger zum Zeitpunkt N an der Position (i, j) so landet er zur Zeit $N + 1$ mit gleichverteilter Wahrscheinlichkeit in einem der vier benachbarten Punkte $(i \pm 1, j), (i, j \pm 1)$, usw.

(1) Schreiben Sie ein Programm das einen solchen Random Walk bis zu gegebener Zeit T erzeugt und plottet.
(2) Wählen Sie wieder ein festes T und erzeugen Sie aus vielen unabhängig generierten Irrfahrten (startend im Ursprung) die Dichte der zugehörigen Endpositionen (also für jeden Gitterpunkt die Anzahl der Irrfahrten, die nach Zeit T dort gelandet sind) – stellen Sie diese graphisch dar. Erzeugen sie auch einen Film, der die Evolution der Dichte mit zunehmender Zahl der Irrfahrten darstellt. Versuchen Sie verschiedene T. Vergleichen Sie weiters die Dichte mit einer Gaußfunktion.

Tipp: Das `MATLAB`-Befehl `rand` dürfte hier von Nutzen sein.

Hinweise: Ein vernünftiger Wert für T ist etwa 100 bis 1000, für die Anzahl an Irrfahrten nehmen Sie so viele wie Ihr Rechner verträgt (vielleicht 10 000-100 000, weniger für den Film). Können Sie das Programm vektorisiert schreiben?

Aufgabe 15 (8 Punkte)**.** *Wärmeleitungsgleichung in 1-d und 2-d*

(1) Sei $N = 200$ gegeben, und erzeugen Sie eine $N \times N$-Matrix A, so dass für $u = (u_j), j = 1 \ldots, N$ gilt

$$(Au)_i = u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1},$$

für $1 < i < N$, wobei A durch Nullrandbedingungen an u vervollständigt werden soll. Dann lösen Sie die iterative Gleichung $(\mathrm{Id} - \tau A)u^{n+1} = u^n$. Versuchen Sie verschiedene Anfangsbedingungen für u^0 und stellen Sie die Evolution von u als Film dar.

(2) Sei $N = 300$ gegeben, und erzeugen Sie eine $N^2 \times N^2$-Matrix A, so dass für $u = (u_j), j = 1, \ldots, N^2$, angeordnet als $N \times N$-Gitter $u_{k,l}$ (d.h. $j = k + (l-1)N$) gilt

$$(Au)_{kl} = -4u_{kl} + u_{k-1,l} + u_{k+1,l} + u_{k,l-1} + u_{k,l+1},$$

für $1 < k, l < N^2$, wobei A durch Nullrandbedingungen an u vervollständigt werden soll. Dann lösen Sie die iterative Gleichung $(\mathrm{Id} - \tau A)u^{n+1} = u^n$. Versuchen Sie verschiedene Anfangsbedingungen für u^0 und stellen Sie die Evolution der Fläche u als Film dar.

Hinweise: 1. Versuchen Sie verschiedene Werte für τ und die Anzahl der Schritte.
2. Die Matrixgröße in Teil (2) ist $300^4 = 8.1 \cdot 10^9$. Eine solche Matrix aus `double`-Einträgen benötigt etwas 60GB Speicher. Lassen Sie sich etwas einfallen.

Abgabe der Lösungen per Email nach Absprache mit dem Tutor.