

Praktikum zu Numerik 2

Blatt 1

(Abgabe: 10. Mai 2019)

Aufgabe 1. (4 Punkte) *Rundung*

Zur Bestimmung der Rundungsgenauigkeit eines Rechners sei $x = 1$ und es werde x solange durch $x/2$ ersetzt, wie der Ausdruck $'1 + x > 1'$ vom Rechner als wahr ausgewertet wird. Bestimmen Sie experimentell den Wert von x für den dieses Vorgehen abbricht. Definieren Sie dazu x als Variable vom Typ `single` beziehungsweise `double` durch `x = single(1);` bzw `x = double(1);`.

Aufgabe 2. (4 Punkte) *Euler*

Wir betrachten die numerische Bestimmung der Eulerschen Zahl e , die sich durch die Grenzwerte

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n, \quad e = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$$

berechnen lässt. Verwenden Sie ausschließlich arithmetische Grundoperationen und endliche Approximationen der obigen Grenzwerte mit $n = 10^j$, $j = 1, 2, \dots, 15$ um e zu approximieren. Bestimmen Sie jeweils die Approximationsfehler mit Hilfe der Annäherung $e = 2.718281828459045$ und stellen Sie diesen in einer Tabelle dar. Beurteilen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 3. (8 Punkte) *Cramer*

Die Lösung eines linearen Gleichungssystems $Ax = b$ ist nach der Cramerschen Regel gegeben durch $x_i = \det A_i / \det A$, $i = 1, 2, \dots, n$, wobei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ aus A entsteht, indem die i -te Spalte von A durch den Vektor b ersetzt wird. In MATLAB lässt sich A_i mit den Kommandos `A_i=A` und `A_i(:, i)=b` erzeugen. Implementieren Sie die Cramersche Regel in MATLAB und testen Sie Ihr Programm für das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0.2161 & 0.1441 \\ 1.2969 & 0.8648 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.1440 \\ 0.8642 \end{pmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist gegeben durch $x = (2, -2)^T$. Bestimmen Sie für die numerische Lösung \tilde{x} den Vorwärtsfehler $\|x - \tilde{x}\|_\infty / \|x\|_\infty$ sowie den Rückwärtsfehler $\|A\tilde{x} - b\|_\infty / \|b\|_\infty$. Betrachten Sie die Konditionszahl von A und vergleichen Sie die Fehler mit denen der durch das Gaußsche Eliminationsverfahren mit Pivotsuche berechneten numerischen Lösung \hat{x} .

(Gauß-Elimination mit Pivotsuche kann man auf der Webpage von Numerik 1 finden, Sie können aber auch den 'MATLAB Backslashoperator' benutzen.

Abgabe der Lösungen per Email nach Absprache mit dem Tutor.