



Einführung in die Programmierung für Studierende der Naturwissenschaften

Blatt 10 – 28.06.2021

Abgabe: 7.7.2021 bis 18 Uhr per e-Mail an Ihre:n Tutor:in

Aufgabe 1 (2+2+1 Punkte). (i) Schreiben Sie ein MATLAB-Programm, das, wenn man vorher eine Matrix A und einen Vektor x definiert, mittels `for`-Schleifen das Matrix-Vektorprodukt $b = Ax$ berechnet (also einen entsprechenden Vektor b erstellt).

(ii) Schreiben Sie das Programm neu mit nur einer `for`-Schleife, die über die Zeilen der Matrix iteriert und dann jeweils das Skalarprodukt der Zeilenvektoren mit dem Vektor x (mittels `dot(x, y)`) berechnet und das Ergebnis in den entsprechenden Eintrag von b schreibt.

(iii) Testen Sie die Geschwindigkeit Ihrer Implementierungen und vergleichen Sie diese mit der Geschwindigkeit für das MATLAB-Matrix-Vektorprodukt $A*x$ mittels der Befehle `tic` und `toc` für große Matrizen, z.B. `A=rand(1e4)` bzw. `x=rand(1e4,1)`.

Aufgabe 2 ((2+3) Punkte). (i) Schreiben Sie eine matlab-Funktion mit einem Argument und einem Rückgabewert, in der Sie das Heron-Verfahren implementieren

(ii) Schreiben Sie eine Funktion mit einem Argument und zwei Rückgabewerten, die den maximalen Eintrag in einem Vektor sucht und den Wert sowie den Index zurück gibt.

Aufgabe 3 (1+3+1 Punkte). Das Integral einer stetigen Funktion f auf dem Intervall $[a; b]$ kann angenähert werden durch

$$\int_a^b f(x) dx \approx I_n := \frac{b-a}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i), \quad x_i = a + i \frac{b-a}{N}.$$

Sei $f(x) = (x-1)^2$, $a = 1$, $b = 3$.

(i) Berechnen Sie $I = \int_a^b f(x) dx$ von Hand.

(ii) Schreiben Sie ein Programm in Matlab, das für eine ganze Zahl N das Integral I_N berechnet. Wie groß muss N gewählt werden, damit $|I - I_N|$ kleiner als 0.1 ist?

(iii) Approximieren Sie das Integral mit einer Matlab-eigenen Funktion.

Aufgabe 4 (5 Punkte). Die Räuber-Beute-Gleichungen sind ein System aus gekoppelten, nichtlinearen Differentialgleichungen und beschreiben die Wechselwirkung einer Räuber- und Beutepopulation. Sie sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} B'(t) &= B(t)(\epsilon_B - \gamma_B R(t)), \\ R'(t) &= -R(t)(\epsilon_R - \gamma_R B(t)). \end{aligned}$$

Dabei beschreiben B' , R' die zeitlichen Änderungen der Beutepopulation B sowie der Räuberpopulation R . Dabei sind die Reproduktionsrate ϵ_B der Beute ohne Räuber, die Sterberate ϵ_R der Räuber ohne Beute, die Sterberate γ_B der Beute pro Räuber sowie die Reproduktionsrate γ_R der Räuber pro Beutelebewesen gegebene Parameter. Gesucht sind in diesem Modell jeweils die Anzahl an Räubern $R(t)$ sowie die Anzahl an Beute $B(t)$ zu einem Zeitpunkt t ,

wobei die Anfangspopulationen $R(0), B(0)$ gegeben sind. Eine Möglichkeit die Ableitungen $B'(t), R'(t)$ approximativ zu berechnen ist die Verwendung des Differenzenquotienten

$$B'(t) \approx \frac{B_{i+1} - B_i}{\Delta t}$$

mit gegebener Zeitschrittweite Δt , wobei $B_i = B(i\Delta t)$. Damit kann man die Gleichungen auf die Form

$$\begin{aligned} B_{i+1} &= B_i + \Delta t B_i (\epsilon_B - \gamma_B R_i), \\ R_{i+1} &= R_i - \Delta t R_i (\epsilon_R - \gamma_R B_i) \end{aligned}$$

bringen.

(i) Implementieren Sie das obige Schema in MATLAB um die Räubern- bzw. Beutepopulation für Zeitpunkte $t \in [0, 60]$ zu bestimmen. Wählen Sie $\Delta t = 0.01$, $\epsilon_R = 0.3$, $\epsilon_B = 0.6$, $\gamma_R = 0.001$ und $\gamma_B = 0.005$ sowie die Anfangswerte $B_0 = 200$ sowie $R_0 = 300$. Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse, indem Sie den zeitlichen Verlauf der einzelnen Populationen jeweils in einem 2d-Plot darstellen. Erstellen Sie auch ein Phasendiagramm, in welchem Sie die Räuber-Beutepopulation in einem 2d-Plot darstellen.

(ii) Was passiert, wenn Sie die Zeitschrittweiten $\Delta t = 0.25$ sowie $\Delta t = 0.5$ wählen?

Aufgabe 5 (optional). Fügen Sie Ihrer Abgabe eine Datei `erfahrungen10.txt` bei. Berichten Sie darin wieder in Stichpunkten bzw. ein bis zwei kurzen Sätzen über Ihre Erfahrungen mit Kursinhalt und Übungsaufgaben. Was fiel Ihnen leicht? Was ist noch unklar? Wie viel Zeit haben Sie für die Bearbeitung der Hausaufgaben benötigt und welche Probleme traten dabei auf?