

Praktische Übung zu Numerik für Differentialgleichungen:Blatt 2

Abgabe: 20. Juli

Konvergenz von Mehrschrittverfahren

Aufgabe 1 (8 Punkte). Wir betrachten das Anfangswertproblem $y' = f(t, y)$ für $t \in (0, T]$, $y(0) = y_0$, mit $f(t, y) = (1 + y^2)^{1/2}$, $y_0 = 0$ und $T = 1$. Die exakte Lösung ist gegeben durch $y(t) = \sinh(t)$.

- (i) Verwenden Sie eine Fixpunktiteration mit einem geeigneten Abbruchkriterium, um das Adams–Moulton-Verfahren zu realisieren.
- (ii) Programmieren Sie das Adams–Bashforth–Moulton-Verfahren.
- (iii) Vergleichen Sie, wie in Aufgabe 1 von P-Blatt4, die Fehler $|y(T) - y_K|$ zum finalen Zeitpunkt $t_K = T$ der dort implementierten Verfahren.

Aufgabe 2 (8 Punkte). Formulieren Sie Algorithmen zur systematischen experimentellen Analyse der Nullstabilität einer Differenzgleichung einerseits durch Testen zufällig gewählter Startwerte und andererseits durch Lösen eines geeigneten Eigenwertproblems. Diskutieren Sie die Zuverlässigkeit der so ermittelten Beurteilung und testen Sie Ihre Algorithmen mit den Koeffizienten

$$[\alpha_2, \alpha_1, \alpha_0] = [1, 4, -5],$$

$$[\alpha_2, \alpha_1, \alpha_0] = [1, -4, 3],$$

$$[\alpha_2, \alpha_1, \alpha_0] = [1, 0, -1],$$

$$[\alpha_4, \alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0] = [1, -48/25, 36/25, -16/25, 3/25],$$