Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Abteilung für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. Patrick Dondl
Dr. Keith Anguige

Wintersemester 2017

Lineare Algebra 1

Blatt 10

Abgabe: 11. Januar 2018

Lineare Abbildungen

Aufgabe 40 (Präsenzaufgabe).

Gibt es eine lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$F(2,0) = (0,1), \quad F(1,1) = (5,2), \quad F(1,2) = (2,3) \ ?$$

Aufgabe 41 (5 Punkte).

Seien $P_1 = (1,1)^\top$, $P_2 = (1,-1)^\top$, $P_3 = (2,1)^\top$, $Q_1 = (-1,4)^\top$, $Q_2 = (3,2)^\top$ und $Q_3 = (0,7)^\top$ Vektoren in $\mathbb{R}^2$.

(i) Gibt es eine lineare Abbildung die P_i auf Q_i abbildet, für $i = 1,2,3$?

(ii) Gibt es eine lineare Abbildung die P_1 auf Q_1, P_2 auf Q_3 und P_3 auf Q_2 abbildet?

Aufgabe 42 (5 Punkte).

Sei $\mathcal{B} = \{b_i\}_{i=1,\dots,5} := \{\sin, \cos, \sin\cdot\cos, \sin^2, \cos^2\}$ und $V = \operatorname{span}(\mathcal{B}) \subset \operatorname{Abb}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ (die b_i sind als Funktionen auf $\mathbb{R}$ zu verstehen). Betrachten Sie den Endomorphismus $F : V \to V, f \mapsto f'$, wobei f' die erste Ableitung von f bezeichnet.

(i) Zeigen Sie, dass $\mathcal{B}$ eine Basis von V ist.

(ii) Bestimmen Sie $\alpha_{ij} \in \mathbb{R}, i,j = 1,\dots,5$, so dass $F(b_j) = \sum_{i=1}^5 \alpha_{ij} b_i$.

(iii) Bestimmen Sie Basen von $\operatorname{Ker} F$ und $\operatorname{Im} F$.

Aufgabe 43 (5 Punkte).

Sei V ein endlichdimensionaler Vektorraum und $F : V \to V$ ein Endomorphismus. Es sei definiert: $W_0 := V$ und $W_{i+1} := F(W_i)$ für $i \in \mathbb{N}$. Dann gilt: Es gibt ein $m \in \mathbb{N}$ mit $W_{m+i} = W_m$ für alle $i \in \mathbb{N}$.

Abgabe der Übungsblätter in den (mit den Nummern der Übungsgruppen gekennzeichneten) Fächern im UG der Eckerstraße 1. Die Übungsblätter müssen bis **15:00** Uhr am jeweils angegebenen Abgabedatum eingeworfen werden.