Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Abteilung für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. Patrick Dondl
Dr. Keith Anguige

Wintersemester 2017

Praktikum zu Numerik 1
Blatt 3
Abgabe: 30. November 2017

(P)LU Zerlegung, Matrixnormen

Aufgabe 8 (4 Punkte)**.** *Tridiagonalmatrizen*

Betrachten Sie die LU-Faktorisierung einer Tridiagonalen Matrix A und vergewissern Sie sich, dass L und U je nur zwei nichttriviale Diagonalen besitzen: d.h. $L_{ij} = 0$ für $i > j+1$ und $U_{ij} = 0$ für $j > i+1$.
Nutzen Sie diese Einsicht aus, um einen viel effizienteren Algorithmus für die LU-Zerlegung in diesem Fall zu entwickeln, und testen Sie Ihre Methode am $(n \times n)$-Beispiel $A_{ii} = 4, A_{i,i+1} = A_{i-1,i} = -1$ für verschiedene n.

Aufgabe 9 (8 Punkte)**.** *PLU*

Implementieren Sie das Gaußsche Eliminationsverfahren mit Pivotsuche. Führen Sie dazu einen Vektor $\pi \in \mathbb{N}^n$ ein, der die Zeilenvertauschungen berücksichtigt. Implementieren Sie zudem ein Abbruchkriterium, das das Verfahren beendet, sofern für das Pivotelement die Abschätzung $|a^{(k)}_{\pi(k),k}| \leq 10^{-10}$ gilt. Beim Lösen des resultierenden Gleichungssystems sind in der Rückwärtssubstitution die Zeilenvertauschungen zu beachten. Testen Sie das Verfahren für das Gleichungssystem $Ax = b$, wobei

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 10 (4 Punkte)**.** *Matrixnormen*

Schreiben Sie ein Programm, das die Operatornorm $\|\cdot\|_\infty$ einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ berechnet. Messen Sie (z.B. mit Hilfe des Matlab-Befehls 'cputime') für die Hilbert-Matrix $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit Einträgen $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq n$ die Laufzeit des Programms für $n = 10^k$, $k = 1, 2, 3, 4$.

Abgabe der Übungen nach Absprache mit dem Tutor bis zum angegebenen Datum.