Prof. Dr. P. Dondl
Dr. J. Daube 19.10.2018

Übung zur Vorlesung

Mathematik für Ingenieure und Informatiker I

WS 2018/19 — Anwesenheitsaufgaben 1

Aufgabe 1 (Elementare Aussagenlogik)
Es seien A, B zwei Aussagen. Vervollständigen Sie die folgende Wahrheitstabelle.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$\neg A \vee \neg B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \wedge \neg B$	$\neg(A \vee B)$
w	w								
w	f								
f	w								
f	f								

Schließen Sie daraus, dass $\neg A \vee \neg B \Leftrightarrow \neg(A \wedge B)$ und dass $\neg A \wedge \neg B \Leftrightarrow \neg(A \vee B)$.

Lösung:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$\neg A \vee \neg B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \wedge \neg B$	$\neg(A \vee B)$
w	w	f	f	w	w	f	f	f	f
w	f	f	w	w	f	w	w	f	f
f	w	w	f	w	f	w	w	f	f
f	f	w	w	f	f	w	w	w	w

Für alle möglichen Kombinationen von Wahrheitswerten von A und B haben nun $\neg A \vee \neg B$ und $\neg(A \wedge B)$ beziehungsweise $\neg A \wedge \neg B$ und $\neg(A \vee B)$ immer den selben Wahrheitswert. Die Aussagen sind also äquivalent.

Aufgabe 2 (Mengen)
U, V und W seien Mengen. Zeigen Sie, dass gilt

(i) $U \setminus (V \cap W) = (U \setminus V) \cup (U \setminus W)$,

(ii) $U \setminus (V \cup W) = (U \setminus V) \cap (U \setminus W)$.

Lösung: Es gibt verschiedene Möglichkeiten, hier die Gleichheit von Mengen zu zeigen. Eine davon (und die üblicherweise vielversprechendste) ist, die Mengeninklusion in beide Richtungen zu zeigen. Wir nehmen dazu an, dass ein x Element der einen Menge ist, und zeigen, dass x dann auch in der anderen ist.

(i) Sei also nun $x \in U \setminus (V \cap W)$. Dann folgt, dass $x \in U$ und $x \notin V \cap W)$. Somit folgt $x \in U$ und ($x \notin V$ oder $x \notin W$). Im ersten Fall gilt also $x \in U$ und $x \notin V$, also $x \in U \setminus V$ und damit $x \in (U \setminus V) \cup (U \setminus W)$. Im zweiten Fall gilt $x \in U$ und $x \notin W$, also $x \in U \setminus W$ und damit $x \in (U \setminus V) \cup (U \setminus W)$. Damit folgt $U \setminus (V \cap W) \subset (U \setminus V) \cup (U \setminus W)$.

In die andere Richtung sei $x \in (U \setminus V) \cup (U \setminus W)$. Es gibt wieder zwei Möglichkeiten (auch hier können durchaus beide eintreten), denn wenn x in einer Vereinigungsmenge ist, ist x in der einen oder der anderen Menge. Also ist $x \in U \setminus V$ oder $x \in U \setminus W$. Im ersten Fall gilt dann $x \in U$ und $x \notin V$, also $x \in U$ und $x \notin V \cap W$, und damit $x \in U \setminus (V \cap W)$. Im zweiten Fall gilt $x \in U$ und $x \notin W$, also $x \in U$ und $x \notin V \cap W$, und damit $x \in U \setminus (V \cap W)$, womit gezeigt ist, dass $(U \setminus V) \cup (U \setminus W) \subset U \setminus (V \cap W)$.

Damit sind beide Inklusionen gezeigt, und die Mengen sind gleich.

(ii) Geht natürlich im Prinzip genauso...