

Übung zur Vorlesung

Mathematik für Ingenieure und Informatiker I

WS 2018/19 — Blatt 5

Aufgabe 1 (Schon wieder Induktion)

(5 Punkte)

Beweisen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{j=1}^n j^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Aufgabe 2 (Geometrie)

(5 Punkte)

- (i) Gegeben seien die beiden Vektoren $x = (1, 2)$ und $y = (-2, 4)$. Bestimmen Sie den Winkel der von x und y eingeschlossen wird.
- (ii) Es sei $v \in \mathbb{R}^n$ mit $\|v\| = 1$. Wir definieren die Abbildung $\varphi_v: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ durch

$$\varphi_v(x) = x - 2(x, v)v.$$

Skizzieren Sie φ_v und beschreiben Sie die Wirkung dieser Abbildung geometrisch.

Aufgabe 3 (Gleichheit bei Abschätzungen im \mathbb{R}^n)

(5 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$, $y \neq 0$, die folgenden Aussagen gelten.

- (i) Es gilt $\|x\|\|y\| = |(x, y)|$ genau dann, wenn ein $\lambda \in \mathbb{R}$ existiert, so dass $x = \lambda y$.
Bonusfrage (ohne Punkte): Warum wird die Aussage falsch, wenn man $|(x, y)|$ durch (x, y) ersetzt?
- (ii) Es gilt $\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$ genau dann, wenn ein $\lambda \geq 0$ existiert, so dass $x = \lambda y$.

Abgabe: 21.11.2018, 15:30 Uhr (Briefkästen, Gebäude 51).