Abteilung für
Angewandte Mathematik

Prof. Dr. P. Dondl
Dr. J. Daube

28.11.2018

Übung zur Vorlesung

Mathematik für Ingenieure und Informatiker I

WS 2018/19 — Blatt 7

Aufgabe 1 (Polynome und rationale Funktionen) (5 Punkte)

(i) Führen Sie Polynomdivision $\frac{p(x)}{q(x)}$ für die Polynome

$$p(x) = 6x^5 + 11x^3 + 2x^2 + 4x + 1$$

und

$$q(x) = 2x^2 + 1$$

durch.

(ii) Untersuchen Sie die rationale Funktion

$$f(x) = \frac{x^4 - x^3 - 22x^2 + 16x + 96}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

auf Singularitäten und skizzieren Sie diese! Welche der Singularitäten sind hebbar?

Aufgabe 2 (Widerstand ist zwecklos) (5 Punkte)

Komplexe Zahlen sind praktisch, um den Widerstand auszurechnen, den ein Wechselstrom (mit Frequenz f und Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$) erfährt, wenn er durch eine Schaltung mit (normalen) Widerständen, Spulen und Kondensatoren fließt. Man ordnet einem normalen Widerstand $R \in (0, \infty)$ den komplexen Widerstand $R \in \mathbb{C}$ (wobei hier der Imaginärteil gleich Null ist) zu, einer Spule mit Induktivität $L \in (0, \infty)$ den komplexen Widerstand $\mathrm{i}\omega L \in \mathbb{C}$ und einem Kondensator mit Kapazität $C \in (0, \infty)$ den komplexen Widerstand $\frac{-\mathrm{i}}{\omega C} \in \mathbb{C}$ zu. Für eine Reihenschaltung mit zwei Elementen mit komplexen Widerständen R_1, R_2 ergibt sich ein Gesamtwiderstand $R = R_1 + R_2$. Für eine Parallelschaltung mit zwei Elementen mit komplexen Widerständen R_1, R_2 ergibt sich der Gesamtwiderstand über die Gleichung $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.
Der effektive Widerstand, den der Strom beim Durchlaufen einer Schaltung mit komplexem Widerstand R erfährt, berechnet sich als der Betrag $|R|$.
Betrachten Sie die Schaltung auf der Rückseite und zeichnen Sie den effektiven Widerstand als Funktion der Frequenz im Bereich 1–10 Hz.

Für weitere Hinweise (z.B. für die Relationen der Einheiten F, H, Ω, Hz *zueinander) suchen Sie auch im Internet.*

Aufgabe 3 (Energie und Trigonometrie) (5 Punkte)

Die verbrauchte Energie $w(r)$ bei einer Wanderung pro Einheitsweglänge abhängig von der Steigung $r \in [0, \infty)$ sei für $a, b > 0$ gegeben durch:

$$w(r) = a + br^2.$$

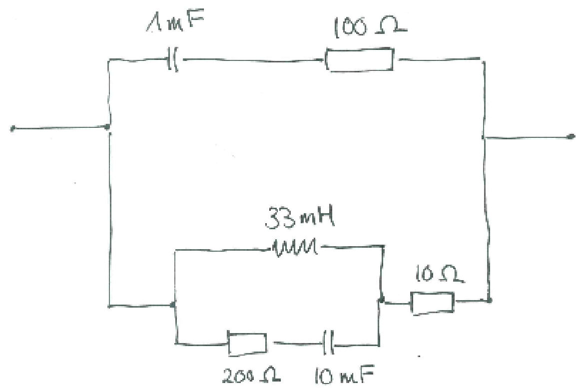
Betrachten Sie die Skizze auf der Rückseite. Sei $s > 0$.

(i) Berechnen Sie den Energieverbrauch von A nach B entlang des direkten Wegs l_0.

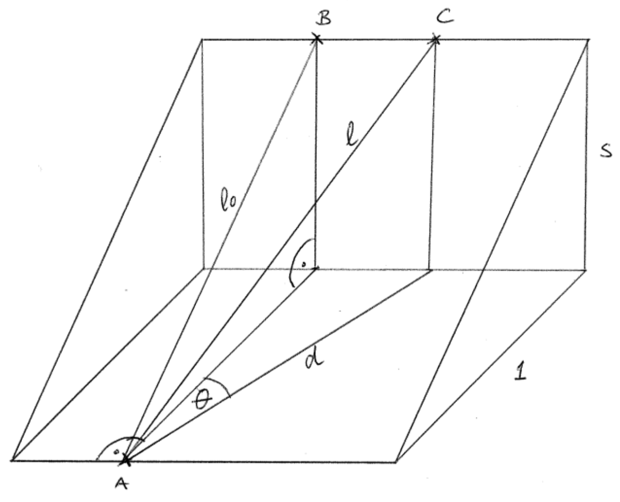
(ii) Sei $\theta \in (-\pi, \pi)$. Berechnen Sie den Energieverbrauch $E_s(\theta)$ von A nach C entlang des Wegs l in Abhängigkeit von der Steigung s und des Startwinkels θ.

(iii) Setzen Sie die Parameter auf $a = 0.2$, $b = 0.3$. Skizzieren Sie die Funktion $E_s(\theta)$ für $s = 0,5$ und $s = 2$ und $\theta \in (-\pi, \pi)$.

(iv) Was schließen Sie daraus?



Widerstände



Berg

Abgabe: 05.12.2018, 15:30 Uhr (Briefkästen, Gebäude 51).