

Übung zur Vorlesung

**Mathematik für Ingenieure und Informatiker I**

WS 2018/19 — Blatt 8

**Aufgabe 1 (Konvergenz oder Divergenz?)**

(5 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf Konvergenz für  $n \rightarrow \infty$ :

(i)  $a_n = 3n^2$ ,

(ii)  $a_n = \frac{(-2)^n}{n^2}$ ,

(iii)  $a_n = \frac{4n^2 + 3n + 2}{2n + 4}$ ,

(iv)  $a_n = \frac{3n^2}{4n^3 - 12}$ ,

(v)  $a_n = \begin{cases} 2n + 4, & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ \frac{4n}{n+1}, & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases}$

**Aufgabe 2 (Gesucht: Zahl zwischen 1 und 10)**

(5 Punkte)

In einem Spiel für zwei Spieler soll Spieler 1 eine von Spieler 2 zufällig ausgewählte (reelle) Zahl  $x^*$  zwischen 0 und 10 erraten. Nach jedem Rateversuch von Spieler 1 bekommt dieser von Spieler 2 genau eine der Rückmeldungen “kleiner oder gleich” oder “größer”. “Kleiner oder gleich” bedeutet, dass die gesuchte Zahl kleiner oder gleich der ist, die von Spieler 1 geraten wurde.

Spieler 1 entscheidet sich für die folgende Strategie: Im ersten Versuch rät er immer die Zahl 5. Bei der Antwort “kleiner oder gleich” rät er im zweiten Versuch die Mitte des verbleibenden Intervalls, also 2,5. Analog geht er bei “größer” vor. Dieses Vorgehen wiederholt er solange, bis er sicher ist, dass er die gesuchte Zahl bis auf zwei Nachkommastellen genau kennt.

(i) Welcher Dialog entsteht zwischen beiden Spielern, wenn  $\pi$  die zu erratene Zahl ist? Skizzieren Sie außerdem die zugehörigen Intervalle sowie deren Mittelpunkte!

(ii) Wieviele Rateversuche braucht Spieler 1?

(iii) Formalisieren Sie die Strategie von Spieler 1 indem Sie eine geeignete Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definieren. Was können Sie über deren Konvergenz aussagen?

**Aufgabe 3 (Drehstrom)**

(5 Punkte)

Als Dreiphasenwechselstrom oder Drehstrom wird ein System von drei miteinander verketteten Wechselströmen bzw. Wechselspannungen bezeichnet. Die nachfolgende Abbildung zeigt eine typische Steckdose, welche man auf jeder deutschen Baustelle oder Schreinerwerkstatt findet. In dieser sind drei Leiter  $L_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , und ein Neutralleiter  $N$  sowie eine Schutzerdung  $PE$  eingezeichnet.



Die Wechselspannungen  $U_k(t)$ ,  $k = 1, 2, 3$ , zwischen  $L_k$  und dem Neutralleiter  $N$  erreichen ihre maximale Auslenkung zeitlich um je eine Drittelperiode versetzt, und sind gegeben durch

$$U_k(t) = 325V \cdot \sin\left(50 \cdot 2\pi\text{Hz} \cdot t + (k - 1)\frac{2\pi}{3}\right), \quad k = 1, 2, 3,$$

wobei  $t$  die (einheitenbehaftete) Zeit ist. Die Differenzen  $U_{12}(t) = U_1(t) - U_2(t)$ ,  $U_{23}(t) = U_2(t) - U_3(t)$  und  $U_{31}(t) = U_3(t) - U_1(t)$  werden als verkettete Spannungen bezeichnet.

Wie groß ist die Amplitude der verketteten Spannungen  $U_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $i \neq j$ ?

**Anmerkungen:** Der bekannte Wert von 230 V ist die Wurzel des zeitlichen Mittelwertes der quadrierten Spannungen eines Leiters zum Neutralleiter. Der bekannte Wert von 400 V für den Drehstrom ist der die Wurzel des zeitlichen Mittelwertes der quadrierten Spannungen eines Leiters zu einem anderen Leiter.

Für nähere Informationen zum Drehstrom siehe auch:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Dreiphasenwechselstrom>.

**Abgabe:** 12.12.2018, 15:30 Uhr (Briefkästen, Gebäude 51).