Prof. Dr. P. Dondl
M.Sc. J. Gerstenberger

09.01.2019

Übung zur Vorlesung

Mathematik für Ingenieure und Informatiker I

WS 2018/19 — Blatt 11

Aufgabe 1 (Differenzieren) (5 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung $f' : I \to \mathbb{R}$ der folgenden Funktionen $f : I \to \mathbb{R}$, wobei I der maximale Definitionsbereich ist.

(i) $f(x) = \tan(x)$,

(ii) $f(x) = x^x$,

(iii) $f(x) = \log(\alpha \exp(x)),\ \alpha \in \mathbb{R}$,

(iv) $f(x) = \exp(\frac{1}{x^2+1})$,

(v) $f_n(x) = \underbrace{\log(\log(\ldots\log}_{n\text{-mal}}(x)\ldots)),\ n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 2 (Differenzieren) (5 Punkte)

Die hyberbolische Kosinusfunction ist gegeben durch $\cosh(x) = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})$. Zeigen Sie, dass die Funktion $y(x) = a\cosh(\frac{x-x_0}{a}) + y_0$ mit $a \neq 0$ die folgende Gleichung erfüllt:

$$(y - y_0)y'' - (y')^2 = 1$$

Aufgabe 3 (Extrema) (5 Punkte)

(i) Eine Konservendose mit 850ml Inhalt soll so gebaut werden, dass der Blechverbrauch minimal ist. Wir vernachlässigen Materialstärke und Falznähte und nehmen an, dass es sich bei der DOse um einen einfachen Zylinder mit Radius r und Höhe h handelt. Welchen Radius und welche Höhe hat die optimale Dose? Vergleichen Sie ihre gefundenen Werte mit den Maßen einer Dose aus dem Supermarkt.

Hinweis: Stellen Sie zuerst die Höhe als Funktion des Radius dar.

(ii) Bestimmen Sie (mit Begründung) alle lokalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2\mathrm{e}^x - 2x\mathrm{e}^x - \frac{1}{3}x^3 + 2x + 5.$$

Abgabe: 16.01.2019, 15:30 Uhr (Briefkästen, Gebäude 51).