

**Praktikum zu Numerik 1**

Blatt 3

Abgabe: 30. November 2018

*Mehr Matrixfaktorisierungen*

**Aufgabe 8** (4 Punkte). *Tridiagonalmatrizen*

Betrachten Sie die  $LU$ -Faktorisierung einer Tridiagonalen Matrix  $A$  und vergewissern Sie sich, dass  $L$  und  $U$  je nur eine bzw. zwei nichttriviale Diagonalen besitzen: d.h.  $L_{ij} = 0$  für  $i > j + 1$  und  $U_{ij} = 0$  für  $j > i + 1$ .

Nutzen Sie diese Einsicht aus, um einen effizienteren Algorithmus für die  $LU$ -Zerlegung in diesem Fall zu entwickeln, und testen Sie Ihre Methode am  $(n \times n)$ -Beispiel  $A_{ii} = 4$ ,  $A_{i,i+1} = A_{i-1,i} = -1$  für verschiedene  $n$ .

**Aufgabe 9** (4 Punkte). *Matrixnormen*

Schreiben Sie ein Programm, das die Operatornorm  $\|\cdot\|_\infty$  einer Matrix  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  berechnet. Messen Sie (z.B. mit Hilfe des Matlab-Befehls 'cputime') für die Hilbert-Matrix  $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mit Einträgen  $h_{ij} = 1/(i+j-1)$ ,  $1 \leq i, j \leq n$  die Laufzeit des Programms für  $n = 10^k$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$ .

**Aufgabe 10** (8 Punkte). *PLU-Zerlegung*

Implementieren Sie das Gaußsche Eliminationsverfahren mit Pivotsuche. Führen Sie dazu einen Vektor  $\pi \in \mathbb{N}^n$  ein, der die Zeilenvertauschungen berücksichtigt. Implementieren Sie zudem ein Abbruchkriterium, das das Verfahren beendet, sofern für das Pivotelement die Abschätzung  $|a_{\pi(k),k}^{(k)}| < 10^{-10}$  gilt. Beim Lösen des resultierenden Gleichungssystems sind in der Rückwärtssubstitution die Zeilenvertauschungen zu beachten. Testen Sie das Verfahren für das Gleichungssystem  $Ax = b$ , wobei

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

sowie für einige weitere Matrizen.

---

Abgabe der Übungen nach Absprache mit dem Tutor bis zum angegebenen Datum.