Prof. Dr. Patrick Dondl
Dr. Martin Jesenko

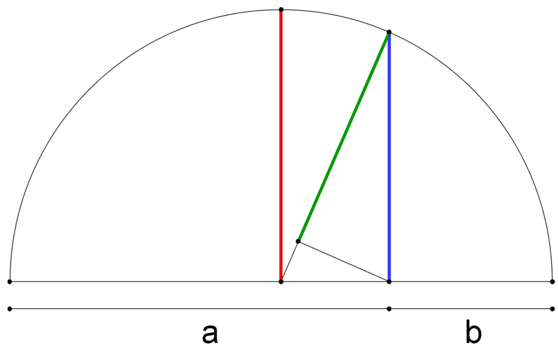
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Abteilung für Angewandte Mathematik

Mathematik I für Studierende der Informatik und der Ingenieurwissenschaften

im Wintersemester 2019/20

Übungsblatt 7

Die Ausdrücke, die in der Aufgabe 1 (a) auftreten, sind das harmonische, geometrische und arithmetische Mittel zweier Zahlen (in dieser Reihenfolge). Dass sie in solchem Verhältnis stehen, kann mit einem Bild anschaulich gemacht werden. Die rote Linie steht für das arithmetische, die blaue für das geometrische und die grüne für das harmonische Mittel. Überlegen Sie sich kurz, dass diese Strecken wirklich die richtigen Längen haben.



Hausaufgaben

Die Hausaufgaben sind zu zweit in den richtigen Briefkasten zu „Mathematik I für Info. und Ing.“ (Erdgeschoss, Gebäude 051) abzugeben. Die Abgabefrist ist Mittwoch, der 11. Dezember 2019, um 12 Uhr. Schreiben Sie groß und deutlich auf die erste Seite **Ihre Namen** und **Ihre Gruppe** und heften Sie alle Blätter zusammen. Alle Aufgaben sind 4 Punkte wert und werden in den Übungsgruppen besprochen.
Vergessen Sie nicht auf Aufgabe 4 vom Übungsblatt 6.

1. (a) Zeigen Sie, dass für alle positiven reellen Zahlen a und b gilt:
$$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}.$$

(b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $\sqrt{1-x} - \sqrt{x} > \frac{3}{\sqrt{5}}$?

(c) Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$ mit $x + \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} \geq 2$.

2. Finden Sie alle (ggf. komplexen) Lösungen zu den folgenden Gleichungen:

- $x^4 - 16 = 0$,
- $x^3 + 1 = 0$.

Für die zweite Gleichung könnte die Zerlegung $x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1)$ nützlich sein. Man kann eigentlich jedes Polynom der Form
$$p(x) = x^{2n+1} + a^{2n+1} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \text{ und } a > 0$$
als ein Produkt einer linearen Funktion und eines Polynoms $(2n)$-ten Grades schreiben. Finden und beweisen Sie diese allgemeine Zerlegung.

3. Führen Sie die nachstehenden Polynomdivisionen durch:

(a) $\dfrac{5x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x - 1}{x^2 + x + 1}$,

(b) $\dfrac{x^7 - 3x^6 + 8x^5 - 9x^4 - x^3 + 9x^2 + x - 1}{x^3 - 2x^2 + x + 1}$.

4. Leiten Sie das folgende Additionstheorem für Tangens her:

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}.$$