

# Mathematik I für Studierende der Informatik und der Ingenieurwissenschaften

im Wintersemester 2019/20

## Übungsblatt 8

Die Sinus- und Kosinusfunktion kennen wir von Dreiecken, sie tauchen aber sehr natürlich bei den harmonischen (mechanischen oder elektrischen) Schwingungen auf.



Als Dreiphasenwechselstrom oder Drehstrom wird ein System von drei miteinander verketteten Wechselströmen bzw. Wechselspannungen bezeichnet. Die Abbildung zeigt eine typische Steckdose, welche man auf jeder deutschen Baustelle oder Schreinerwerkstatt findet. In dieser sind drei Leiter  $L_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , und ein Neutraleiter  $N$  sowie eine Schutzerdung  $PE$  eingezeichnet.

Die Wechselspannungen  $U_k(t)$ ,  $k = 1, 2, 3$ , zwischen  $L_k$  und dem Neutraleiter  $N$  erreichen ihre maximale Auslenkung zeitlich um je eine Drittelperiode versetzt und sind gegeben durch

$$U_k(t) = U_0 \cdot \sin\left(2\pi\nu \cdot t + (k-1)\frac{2\pi}{3}\right), \quad k = 1, 2, 3,$$

wobei  $t$  die Zeit ist,  $U_0$  die Amplitude der Spannung und  $\nu$  deren Frequenz ist. Die Differenzen  $U_{12}(t) = U_1(t) - U_2(t)$ ,  $U_{23}(t) = U_2(t) - U_3(t)$  und  $U_{31}(t) = U_3(t) - U_1(t)$  werden als verkettete Spannungen bezeichnet.

## Hausaufgaben

Die Hausaufgaben sind zu zweit in den richtigen Briefkasten zu „Mathematik I für Info. und Ing.“ (Erdgeschoss, Gebäude 051) abzugeben. Die Abgabefrist ist Mittwoch, der 18. Dezember 2019, um 12 Uhr. Schreiben Sie groß und deutlich auf die erste Seite **Ihre Namen** und **Ihre Gruppe** und heften Sie alle Blätter zusammen. Alle Aufgaben sind 4 Punkte wert und werden in den Übungsgruppen besprochen.

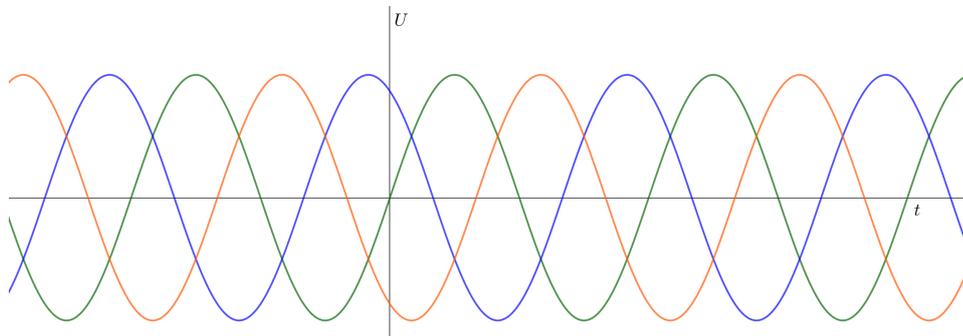
### 1. Das Polynom

$$p(x) = x^5 - 5x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x + 1$$

hat eine negative Nullstelle. Bestimmen Sie diese auf 2 Nachkommastellen durch Bisektion. (Das ist das Intervallhalbierungsverfahren aus der Vorlesung.)

### 2. Bestimmen und skizzieren Sie alle (komplexen) Lösungen der Gleichung $z^4 = -81$ . (Tipp: Denken Sie an die Polardarstellung.)

3. Auf dem Bild sind die Graphen der Wechselspannungen  $U_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , aus der Einleitung gezeichnet. Die europäischen Standards für den Dreiphasenwechselstrom sind  $U_0 = 325$  V und  $\nu = 50$  Hz.



- (a) Versetzen Sie die Graphen entsprechend mit  $U_1, U_2, U_3$ . Kennzeichnen Sie, wo die Werte 325 V, 50 Hz und  $\frac{2\pi}{3}$  (als Phasenverschiebung) auf dem Bild zu erkennen sind. Die Letzteren zwei erscheinen nicht explizit.
- (b) Wie groß ist die Amplitude der verketteten Spannungen  $U_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $i \neq j$ ?

Im Internet können Sie sich noch anschauen, was die Werte 230 V bzw. 400 V für diesen Strom bedeuten und welche Standards woanders auf der Welt gelten.

4. Bei einer Wanderung ist die verbrauchte Energie pro Einheitsweglänge gegeben durch

$$w(r) = a + br^2,$$

wobei  $r \in [0, \infty)$  die Steigung ist und  $a, b > 0$  gegebene Parameter sind. Die Situation in der Natur wird mit dem Bild unten modelliert.

- (a) Berechnen Sie den Energieverbrauch von  $A$  nach  $B$  entlang des gekennzeichneten direkten Wegs.
- (b) Sei  $\theta \in (-\pi, \pi)$ . Berechnen Sie den Energieverbrauch  $E_s(\theta)$  von  $A$  nach  $C$  in Abhängigkeit von der Steigung  $s$  und dem Startwinkel  $\theta$ .
- (c) Setzen Sie die Parameter auf  $a = 0,2$  und  $b = 0,3$ . Skizzieren Sie für  $s = 0,5$  und  $s = 2$  die Funktion  $\theta \mapsto E_s(\theta)$  für  $\theta \in (-\pi, \pi)$ .
- (d) Was schließen Sie daraus?

