

Übung zur Vorlesung

Analysis I

WS 2023/24 — Blatt 1

Aufgabe 1 (Quantoren)

(4 Punkte)

Gegeben seien Mengen $M_1 = \{2, 5, 8, 9\}$ und $M_2 = \{1, 2, 4, 8\}$ und Aussagen

$$A_1 = (\forall x \in (M_1 \cap M_2) : (\exists n \in \mathbb{N} : x = 2n)),$$

$$A_2 = (\exists y \in (M_1 \cup M_2) : (\forall x \in M_2 : x = y)).$$

- (i) Negieren Sie jeweils die Aussagen A_1 und A_2 .
- (ii) Sind die Aussagen A_1 und A_2 wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (Elementare Aussagenlogik)

(4 Punkte)

Es seien A, B zwei Aussagen. Vervollständigen Sie die folgende Wahrheitstabelle.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$\neg A \vee \neg B$	$\neg(A \wedge B)$
w	w						
w	f						
f	w						
f	f						

Schließen Sie daraus, dass $\neg A \vee \neg B \Leftrightarrow \neg(A \wedge B)$.

Aufgabe 3 (Teilmengen)

(4 Punkte)

Es seien U und V Mengen. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

- (i) $U \subset V$.
- (ii) $U = U \cap V$.
- (iii) $V = U \cup V$.

Aufgabe 4 (Bilder und Urbilder)

(4 Punkte)

Es seien M und N zwei beliebige Mengen.

- (i) Beweisen Sie, dass für alle Abbildungen $f : M \rightarrow N$ und alle Teilmengen $U, U' \subset M$ und $V, V' \subset N$ gilt

$$f^{-1}(V \cup V') = f^{-1}(V) \cup f^{-1}(V'),$$

$$f(U \cap U') \subset f(U) \cap f(U').$$

Beachten Sie, dass für die Bilder (2. Zeile) im Allgemeinen aber nur die Teilmengen-Relation und keine Gleichheit gilt.

- (ii) Zeigen Sie, dass es sich in der zweiten Zeile um eine Gleichheit der Mengen handelt, falls f injektiv ist und geben Sie ein Beispiel an, in welchem $f(U \cap U')$ eine echte Teilmenge von $f(U) \cap f(U')$ ist.