

Übung zur Vorlesung

Numerik

SS 2015 — Blatt 2

Abgabe: Montag, den 11.05.2015, bis 14Uhr in die Briefkästen in der Hermann-Herder-Str.10.

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Gesucht ist das Minimum der Funktion

$$F(x, y) := -2x - 3y$$

unter den Nebenbedingungen $x \geq 0$, $y \geq 0$ und

$$-2x + y \leq 0 \quad x + 2y \leq 10 \quad x + y \leq 8.$$

Bringen Sie das Problem auf Standardform, d.h. bestimmen Sie die Inputgrößen für das Simplexverfahren $a \in \mathbb{R}^3$, $A \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$ und $p \in \mathbb{R}^5$. Zeigen Sie, dass $x_0 := (2, 4, 0, 0, 2)^t$ eine Ecke von $S := \{x \in \mathbb{R}^5 \mid Ax - a = 0, x \geq 0\}$ ist. Bestimmen Sie ein Minimum von F mit Hilfe des Simplexverfahrens zum Startwert x_0 .

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Zu den Interpolationspunkten $x_0 = -1$, $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$ seien die Interpolationswerte $f_0 = e^{-1}$, $f_1 = 1$ und $f_2 = e$ gegeben. Berechnen Sie die zugehörige Lagrangeinterpolation p . Dabei ist zu beliebigen $n + 1$ paarweise verschiedenen Stützpunkten x_i und zugehörigen Stützwerten f_i die Lagrangeinterpolation p_n gegen durch

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i L_i(x),$$

wobei $L_i(x)$ gegeben sind durch

$$L_i(x) = \prod_{k \neq i} \frac{x - x_k}{x_i - x_k}, \quad i = 0, \dots, n.$$

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $p \in \mathbb{P}_4$, das die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 0, & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

in den Punkten

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f(x) & -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \end{array}$$

interpoliert.

Aufgabe 4

(4 Punkte)

Sei $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$, $i = 0, 1, 2$ mit $y_1 < y_0$, $y_1 < y_2$ und $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = h > 0$.

- (a) Zeige, dass das Lagrange'sche Interpolationspolynom ein eindeutig bestimmtes Minimum in einem Punkt x_* besitzt.
- (b) Gib eine Formel für x_* an und zeige, dass $|x_* - x_1| \leq \frac{h}{2}$ ist.

Weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://aam.uni-freiburg.de/abtlg/wissmit/agkr/korsch/num15/num15s>