

Übung zur Vorlesung

Numerik

SS 2015 — Blatt 4

Abgabe: Montag, den 15.06.2015, bis 14 Uhr in die Briefkästen in der Hermann-Herder-Str.10.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $f(x) = \sin(\pi x)$ für $x \in [0, 1]$ und für $n \geq 0$ sowie $i = 0, 1, \dots, n$ sei $x_i = i/n$. Berechnen und skizzieren Sie die Hermite-Interpolationspolynome für $n = 0, 1, 2$ und $\ell_i = \ell$, $i = 0, 1, \dots, n$, mit $\ell = 0, 1, 2$, wobei x_0 für $n = 0$ Null sei.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei durch $x_i := \frac{i\pi}{2}$, $i = 0, \dots, 4$ eine Zerlegung von $[0, 2\pi]$ gegeben. Berechne bzgl. dieser Zerlegung den natürlichen Spline, der die Werte $y_i = \sin(x_i)$ interpoliert.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es sei \mathcal{T}_n eine Zerlegung der Form $a = x_0 < \dots < x_n = b$ und die Funktion s sei stückweise linear und stetig auf \mathcal{T}_n . Sei $g \in C^1([a, b])$, so dass $s(x_i) = g(x_i)$ für alle $i = 1, \dots, n$ gilt. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} |s'|^2 dx \leq \int_a^b |g'|^2 dx.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Approximieren Sie das Integral

$$I := \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$$

durch die Trapezregel und die Simpsonregel. Berechnen Sie jeweils den Approximationsfehler.

Weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://aam.uni-freiburg.de/abtlg/wissmit/agkr/korsch/num15/num15s>