Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. D. Kröner
A. Korsch

15.06.2015

Übung zur Vorlesung

Numerik

SS 2015 — Blatt 5

Abgabe: Montag, den 29.06.2015, bis 14 Uhr in die Briefkästen in der Hermann-Herder-Str.10.

Aufgabe 1
Die periodische Funktion f sei gegeben als

$$f(x) := \begin{cases} -1, & \text{falls } -\pi \le x < 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \\ 1, & \text{falls } 0 < x < \pi \end{cases}, \qquad f(x+2\pi) = f(x).$$

Berechnen Sie die approximierenden trigonometrischen Polynome für $m = 0, 1, 2, 3$ und skizzieren Sie diese.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Verwenden Sie die Fourier-Transformation, um das trigonometrische Polynom p,

$$p(x) = \sum_{j=0}^{3} c_j e^{\mathrm{i}jx},$$

zu bestimmen, das die durch folgende Tabelle gegebenen Punkte interpoliert:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	2	1	0	4

Aufgabe 3 (4 Punkte)
(i) Seien $n \in \mathbb{N}$ und $\ell \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass $\sum_{k=0}^{n-1} e^{\mathrm{i}\ell \mathrm{k} 2\pi/\mathrm{n}} = n$ gilt, falls n Teiler von ℓ ist, und $\sum_{k=0}^{n-1} e^{\mathrm{i}\ell \mathrm{k} 2\pi/\mathrm{n}} = 0$ andernfalls gilt.
(ii) Folgern Sie, dass die Fourier-Basis $(\omega^0, \omega^1, ..., \omega^{n-1}) \subset \mathbb{C}^n$ definiert durch

$$\omega^k = [\omega_n^{0k}, \omega_n^{1k}, ..., \omega_n^{(n-1)k}]^T,$$

$k = 0, 1, ..., n-1$, mit der n-ten Einheitswurzel $\omega_n = e^{\mathrm{i}2\pi/\mathrm{n}}$ die Eigenschaft $\omega^k \cdot \omega^\ell = n\delta_{k\ell}$ besitzt.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Berechnen Sie, wie sich die Koeffizienten des reellen trigonometrischen Interpolationspolynoms in den Koeffizienten des komplexen trigonometrische Interpolationspolynoms darstellen lassen.

Weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:
http://aam.uni-freiburg.de/abtlg/wissmit/agkr/korsch/num15/num15s