

## Übungsblatt 2

### Aufgabe 1

Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  regulär und  $v \in \mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie, dass  $\dim(\mathcal{K}_k(b, A)) = k$  genau dann, wenn  $\text{grad}(b) \geq k$ .

### Aufgabe 2

Beweisen Sie Lemma 2.5 der Vorlesung: Seien die Vektoren  $(d^i)_i, (g^i)$ , wie im CG-Verfahren definiert und  $r^k = -g^k = b - Ax^k$  ( $k = 0, 1, \dots$ ). Bricht das CG-Verfahren nicht vorzeitig ab, so gilt:

$$\begin{aligned}\text{span}\{d^0, \dots, d^{k-1}\} &= \text{span}\{g^0, g^1, \dots, g^{k-1}\} \\ &= \text{span}\{r^0, r^1, \dots, r^{k-1}\} \\ &= \text{span}\{r^0, Ar^0, \dots, A^{k-1}r^0\}.\end{aligned}$$

### Aufgabe 3

Sei  $\kappa(A) = 1000$ . Wie viele Iterationsschritte braucht das CG-Verfahren im ungünstigsten Fall, um den Fehler auf  $1/100$  zu reduzieren?