Numerik (Zweiter Teil der zweisemestrigen Veranstaltung)
Praktische Übung zur Vorlesung im Sommersemester 2015
Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dipl.-Math. Christoph Gersbacher
Abteilung für Angewandte Mathematik

29. April 2015

Übungsblatt 1

Abgabe bis 13. Mai 2015 per E-Mail an den Tutor

Aufgabe 1 (Lagrange-Interpolation) **(4 Punkte)**

Wir betrachten die klassische Interpolationsaufgabe: es seien Daten $(x_i, u(x_i)) \in [a, b] \times \mathbb{R}$, $i = 0, \ldots, n-1$, gegeben; gesucht ist ein Polynom p minimalen Grades, das die Daten interpoliert, d. h.

$$p(x_i) = u_i \quad (i = 0, \ldots, n-1).$$

Man überzeugt sich leicht, dass das Lagrange-Interpolationspolynom

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n-1} u(x_i) L_i(x),$$

die Interpolationsaufgabe löst, wenn wir mit

$$L_i(y) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{y - x_j}{x_i - x_j} \quad (i = 0, \ldots, n)$$

die *Lagrange-Polynome* bezeichnen.

Implementieren Sie die Auswertung der Lagrange-Interpolierenden als C-Funktion:

```
double p(double *x, double *u, int n, double y);
```

Dabei sollen in den Vektoren `x` und `u` (jeweils der Länge `n`) die Daten abgespeichert sein.

Testen Sie Ihre Implementierung anhand selbstgewählter Funktionen $u \in C^0([a, b])$. Als Stützstellen wählen Sie zunächst

$$x_i = a + i \frac{b-a}{n-1} \quad (i = 0, \ldots, n-1).$$

Plotten Sie jede Funktion zusammen mit der Interpolierenden zu den Daten $(x_i, u(x_i))_i$. Beachten Sie, dass Sie für `gnuplot` die Funktionen in wesentlich mehr als den Stützstellen rausschreiben müssen! Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen bei Wahl der *Tschebyscheff-Knoten*

$$x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2n}\pi\right) \quad (i = 0, \ldots, n-1).$$