

Übungsblatt 5

Abgabe bis 15. Juli 2015 per E-Mail an den Tutor

Aufgabe 1 (Zusammengesetzte Quadraturen)

(4 Punkte)

Berechnen Sie näherungsweise das Integral

$$I(f) = \int_0^1 f(x) dx.$$

Implementieren Sie die dazu die zusammengesetzte Trapezregel, Simpsonregel und Mittelpunkregel. Die Stützstellen der Teilintervalle sollen äquidistant gewählt werden, d. h. $x_k = kh$, $k = 0, \dots, N$, bei Gitterweite $h = 1/N$.

Gegeben eine Folge von Gitterweiten $(h_i)_{i=1, \dots, m}$ und Näherungen $(I_{h_i}(f))_{i=1, \dots, m}$ and das Integral $I(f)$ lassen sich experimentell die theoretisch ermittelten Konvergenzordnungen überprüfen. Sei

$$e_{h_i} = |I(f) - I_{h_i}(f)| \quad (i = 1, \dots, m)$$

der Approximationsfehler bei Gitterweite h_i . Der sog. *EOC* (*experimental order of convergence*) ist definiert durch

$$EOC_{h_{i-1} \rightarrow h_i} = \log \left(\frac{e_{h_{i-1}}}{e_{h_i}} \right) / \log \left(\frac{h_{i-1}}{h_i} \right) \quad (i = 2, \dots, m).$$

Testen Sie Ihre Implementierung anhand von $f_1(x) = \frac{1}{1+x}$, $f_2(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$ und weiterer selbstgewählter Beispiele. Ermitteln Sie jeweils die *EOCs* für die Folge von Gitterweiten $h_i = 2^{-i}$. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den theoretischen Resultaten aus der Vorlesung.