Abteilung für Angewandte Mathematik

Dr. M. Nolte
T. Malkmus

04.05.2015

Praktische Übung zur Vorlesung

Numerik für Differentialgleichungen

SS 2015 — Blatt 1

Abgabe: Sonntag, den 17.05.2014, 23:59 via Email an den Assistenten
Ziel ist es das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'(t) &= f(u,t) = 2tu(t) \quad \text{für } t \in]0,T[\\ u(0) &= u_0 = 2 \end{aligned} \tag{1}$$

numerisch zu lösen.

Aufgabe 1 (3 Punkt)

Zu gegebener Zeitschrittweite Δt und Zeitpunkten $t^n := n\Delta t$ definieren wir $u_{\Delta t}(t^n)$ durch das implizite Euler Verfahren

$$\begin{aligned} u_{\Delta t}(t^{n+1}) - \Delta t f(t^{n+1}, u_{\Delta t}(t^{n+1})) &= u_{\Delta t}(t^n) \\ u_{\Delta t}(t^0) &= 2 \ . \end{aligned} \tag{2}$$

In jedem Zeitschritt ist nun ein nicht-lineares Problem zu lösen. Verwenden Sie das klassische Newton Verfahren um die Lösung zum Zeitpunkt t^{n+1} zu berechnen.
Implementieren Sie dieses Verfahren durch eine Methode / Funktion, die die Funktion f, ihre Ableitung f', die Zeitschrittweite Δt, der Zeitpunkt t^n und die Lösung zum Zeitpunkt t^n $u_{\Delta t}(t^n)$ als Argumente hat. Der Rückgabewert dieser Funktion soll die Lösung $u_{\Delta t}(t^{n+1})$ zum neuen Zeitpunkt t^{n+1} sein. Speichern Sie die Lösung $u_{\Delta t}$ in einem Vektor ab. Die Anfangsdaten sollen in $u[0]$ initialisiert werden.

Aufgabe 2 (1 Punkt)

Bestimmen Sie für $k > 1$ und $\Delta t_k = 0.5\Delta t_{k-1}$ den Fehler und die experimentelle Konvergenzordnung für das implizte Euler Verfahren. Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit denen des expliziten Euler Verfahrens.