Abteilung für
Angewandte Mathematik

Dr. M. Nolte
T. Malkmus

22.06.2015

Praktische Übung zur Vorlesung

Numerik für Differentialgleichungen

SS 2015 — Blatt 4

Abgabe: Sonntag, den 05.07.2014, bis 23:59 via Email an den Assistenten
Ziel ist es das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'(t) &= f(u,t) = 2tu(t) \qquad \text{für } t \in]0,T[\\ u(0) &= u_0 = 2 \end{aligned} \tag{1}$$

numerisch zu lösen.

Aufgabe 1 (2 Punkt)

Zu gegebener Zeitschrittweite Δt und Zeitpunkten $t^{n+m} := (n+m)\Delta t$ definieren wir u^{n+m} durch ein lineares, explizites m-stufiges Mehrschrittverfahren:

$$\sum_{i=0}^{m} \alpha_i u^{k+i} = \Delta t \sum_{i=0}^{m} \beta_i f(t^{k+i}, u^{k+i})$$
$$u^0 = 2\ .$$

Implementieren Sie dieses Verfahren durch eine Methode / Funktion, die die Vektoren α und β, die Funktion f, die Zeitschrittweite Δt, der Zeitpunkt t^n und die Lösungen zu den vorherigen Zeitpunkten $t^{n+m-1,\ldots,n}$ $u^{n+m-1,\ldots,n}$ als Argumente hat. Der Rückgabewert dieser Funktion soll die Lösung u^{n+1} zum neuen Zeitpunkt t^{n+1} sein. Speichern Sie die Lösung $u_{\Delta t}$ in einem Vektor ab. Die Anfangsdaten sollen in $u[0]$ initialisiert werden. Extrapolieren Sie die ersten $m-1$ Zeischritte mit einem expliziten Zeitschrittverfahren passender Ordnung, z.B. einem Runge-Kutta Verfahren.

Aufgabe 2 (1 Punkt)

Programmieren Sie den Zentralen Differenzen Quotient als Mehrschrittverfahren. Implementieren Sie ferner die Mehrschrittverfahren:

$$\alpha_{\text{3-Step}} = (-5, 4, 1), \beta = (2, 4, 0)$$
$$\alpha_{\text{4-Step}} = (0, 0, 1, 1), \beta = \frac{1}{12}(5, -16, 23, 0)$$

Aufgabe 3 (1 Punkt)

Bestimmen Sie für $k > 1$ und $\Delta t_k = 0.5\Delta t_{k-1}$ den Fehler und die experimentelle Konvergenzordnung für die oben angegebenen Mehrschritt Verfahren.